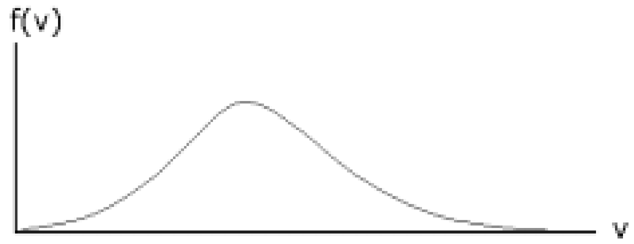
Fizika BK1 zh2 2000. dec. 1.

1. Reverzibilis hőerőgép melegebb hőtartálya A, a hidegebb B.
a) Mitől és hogyan függ a hőerőgép hatásfoka?
b) A hőerőgép teljesítménye 5 kW. A hőtartályok hőmérséklete 500 ^oC, illetve 30 ^oC. A hőerőgép 2 óráig dolgozik.
b1) Mennyi hőt vesz fel A-ból?
b2) Mennyi hőt ad le B-nek?
b3) Mekkora a hőáramerősség a hőleadásnál?

a) a hatásfok a két hőtartály hőmérsékletétől függ:
$\eta = (T_A - T_B) / T_A$ (T_A a melegebb, T_B a hidegebb hőtartály abszolút hőmérséklete)
b) $\eta = (T_A - T_B) / T_A = (773\ K - 303\ K) / 773\ K = 0{,}608$
$\eta = Q_A - Q_B / Q_A$ Q_A a melegebb hőtartályból felvett hő,
Q_B a hidegebb hőtartálynak leadott hő,
$W = Q_A - Q_B$ a hőerőgép által végzett munka
$W = P\cdot t = 5\cdot 10^3\ W \cdot 2\cdot 3600\ s = 3{,}6\cdot 10^7\ J$
b1) $\Rightarrow$ $Q_A = W / \eta = 3{,}6\cdot 10^7\ J / 0{,}608 = \mathbf{5{,}92\cdot 10^7\ J}$ az A-ból felvett hő
b2) $Q_B = Q_A - W = 5{,}92\cdot 10^7 - 3{,}6\cdot 10^7 = \mathbf{2{,}32\cdot 10^7\ J}$ a B-nek leadott hő
b3) $I_{qB} = Q_B / t = 2{,}32\cdot 10^7 / 2\cdot 3600 = \mathbf{3222\ J/s}$

2. a) Rajzoljuk fel a klasszikus ideális gáz sebesség-eloszlási grafikonját!
b) Mi a köze a grafikonnak a Boltzmann-faktorhoz?
c) Mi a grafikus jelentése a (v_1, v_2) sebességintervallumba eső molekulák számának?

a)



b) a sebességeloszlást úgy kapjuk meg, hogy v^2-tel szorozzuk a Boltzmann-faktort
c) a (v_1, v_2) sebességintervallumba eső molekulák száma a sebesség-eloszlási függvény integrálja a (v_1, v_2) intervallumban (a sebesség-eloszlási függvény alatti terület a (v_1, v_2) intervallumban)

3. m tömegű, L hosszúságú, vékony, homogén rúd két végén pontszerű m_1 és m_2 tömegek vannak. Hol van a tömegközéppont?

a tömegközéppont a rúdon az m_1 tömegű testtől l_1 távolságra van
$m_1 l_1 = m_2 (L-l_1)$ $\Rightarrow$ $l_1 = m_2 / (m_1+m_2) \cdot L$

4. Lapos tetejű bódé áll a magyar ugaron, fölötte tavaszi szél süvölt.
a) Vegyünk fel egy ésszerű szélsebességet! (Becslés.)
b) Mekkora nyomáskülönbséget hoz létre ez a szél? (Bernoulli-egyenlet.)
c) Mekkora erő hat e nyomáskülönbség miatt a bódé 120 cm × 80 cm-es fedőlapjára?

a) 10 km/h enyhe szellő, 80-100 km/h már viharos, romboló erejű szél
legyen a szélsebesség $v = 54$ km/h $= 15$ m/s
b) Bernoulli-egyenlet: $p_i + \frac{1}{2}\rho v_i^2 = \text{konst.}$, azaz $p_0 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v^2$
$\rho_{lev} \approx 1{,}3\ \text{kg/m}^3 \quad \Rightarrow \quad \Delta p = p_0 - p_1 = \frac{1}{2}\rho_{lev} v^2 \approx 146\ \text{Pa}$
c) $F = \Delta p \cdot A = 146 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}8 \approx 140\ \text{N}$

Fizika BK1 zh2 2001. nov. 12.
*A *-gal jelölt kérdésekre a választ fejből kell tudni!*

1. Írja le szövegben vagy képletben a következő erőterek definícióját!
a) Homogén:
b) Centrális:
c) Konzervatív:
d) Nehézségi (Földön, a felszín közelében):

a) Homogén: ***helytől nem függ*** (2 p.)
b) Centrális: ***az erő támadásvonala átmegy egy C ponton*** (2 p.)
c) Konzervatív: ***létezik*** E_p, $\boldsymbol{F} = -\operatorname{grad} E_p$ (2 p.)
d) Nehézségi (Földön, a felszín közelében): $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{g}$. (2 p.)
Ha minden válasz jó: 10 p.

2. A pontozott helyekre írjon egy-egy szót úgy, hogy igaz és lényeges állítást kapjunk!
…………erőtérben mozgó tömegpont impulzusmomentuma ……………
…………erőtérben mozgó tömegpont felületi sebessége …………………

Centrális erőtérben mozgó tömegpont impulzusmomentuma ***állandó***. (3 p.)
Centrális erőtérben mozgó tömegpont felületi sebessége ***állandó***. (3 p.)

3. L hosszúságú, m_r tömegű vékony rúd végeire egyforma m tömegű kis (pontnak tekinthető) golyókat rögzítünk. Az így kapott merev test a rúd harmadán átmenő, rá merőleges vízszintes tengely körül foroghat. Amikor a rúd a függőlegessel $\pi/6$ szöget zár be, a forgás szögsebessége ω.
Határozzuk meg az alábbi mennyiségek nagyságát ebben a pillanatban! Vonatkoztatási tengely a forgástengely legyen! (A rúd tehetetlenségi nyomatéka a közepén átmenő merőleges tengelyre vonatkoztatva: $\Theta = 1/12\ m_r L^2$.)

a) A súlypont és a forgástengely távolsága:
b) A test tehetetlenségi nyomatéka:
c) A testre ható külső erők forgatónyomatéka:
d) A szöggyorsulás:
e) A test impulzusmomentuma:
f) A tömegközéppont sebessége:
g) A tömegközéppont gyorsulása:
h) Egy szemléltető ábrán rajzoljuk fel a tömegközéppont gyorsulásvektorának komponenseit, magát a gyorsulásvektort, a testre ható külső erők eredőjét (**F**), és a tengelyre ható $\mathbf{F_1}$ erő vektorát! (Nem szükséges, hogy az ábra mérethelyes legyen.)

a) mivel a rúd homogén és a végeire rögzített tömegek egyformák, a súlypont a rúd felénél van, és távolsága a forgástengelytől $s = L/2 - L/3 = L/6$ (2 p.)
b) a rúd tehetetlenségi nyomatéka a súlypontjára vonatkoztatva $1/12\ m_r L^2$,
az aktuális forgástengelyre vonatkoztatva $1/12\ m_r L^2 + m_r s^2 = 1/12\ m_r L^2 + m_r (L/6)^2$ (Steiner-tétel),

a golyók tehetetlenségi nyomatékai $(L/3)^2$ m + $(2L/3)^2$ m,
azaz a test tehetetlenségi nyomatéka:
$\Theta = (1/12\ m_r + 1/36\ m_r + 1/9\ m + 4/9\ m)\ L^2 = (m_r + 5m)\ L^2 / 9$ (6 p.)

c) a tömegközéppontra számolt erőkar $k = s \cdot \sin \pi/6 = s/2$,
a testre ható külső erők forgatónyomatéka: $M = k \cdot \Sigma m_i\ g = (m_r + 2m)gL/12$ (4 p.)

d) a szöggyorsulás: $M = \Theta\beta \quad \Rightarrow \quad \beta = M/\Theta = \dfrac{3(m_r + 2m)}{4(m_r + 5m)} \dfrac{g}{L}$ (2 p.)

e) a test impulzusmomentuma: $N = \Theta\omega = (m_r + 5m)\ L^2\ \omega / 9$ (2 p.)

f) a tömegközéppont sebessége: $v_s = \omega \cdot s = \omega L/6$ (2 p.)

g) a tömegközéppont gyorsulása: $a = \sqrt{a_t^{\ 2} + a_{cp}^{\ 2}} = \sqrt{(s\beta)^2 + (s\omega^2)^2} = \dfrac{L}{6} \cdot \sqrt{\beta^2 + \omega^4}$ (6 p.)

h) Vektorábra: a tömegközéppont gyorsulása a centripetális és tangenciális eredője, szorozva m-mel adódik a külső erő. **F**, ebből kivonva a **G** súlyt adódik - $\mathbf{F_1}$ (a testre a tengelytől ható erő), ennek ellenereje $\mathbf{F_1}$. ÁBRA (8 p.)

4. A jég sűrűsége: *
Mekkora annak a jégtáblának a tömege, amely egy 70 kg tömegű embert "elbír"? (A jégtábla teljesen a vízbe merül, a rajta álló ember pedig egyáltalán nem). m_j=

Jég sűrűsége: * $\rho_{jég} \approx 900\ kg/m^3$ (2 p.)

$G_{jég} + G_{ember} = F_{felhajtó}$: $m_{jég}g + mg = V_{bemerülő}\ \rho_{víz}\ g = V_{jég}\ \rho_{víz}\ g = (m_{jég}/\rho_{jég})\ \rho_{víz}\ g$
$\Rightarrow \quad m_{jég} = \rho_{jég} / (\rho_{jég} - \rho_{víz}) \cdot m = 9m = 630$ kg (10 p.)

Fizika BK1 zh2 2002. december 2.

1. 50 m hosszú, 20 cm^2 keresztmetszetű csőben percenként 300 liter víz áramlik felfelé. A cső egyenes, a vízszintessel $\pi/6$ szöget zár be. A csőben a nyomás az alsó végnél 400 kPa. A cső végei a csővezeték további részeihez csatlakoznak.

a) Mennyi a víz sebessége a csőben? (3 p.)

b) Mekkora a tömegáramsűrűség a csőben? (4 p.)

c) Mennyi a csőben a nyomás a felső végnél? (5 p.)

d) Melyik törvényből számolhatjuk az áramló folyadék nyomását (név, formula)? E törvény melyik általános, már a pontmechanikában is tanult tételből következik (név, formula)? Milyen feltételezéseket tettünk a folyadékra illetve az áramlásra? (10 p.)

a) $v = \dfrac{300\ dm^3 / perc}{20\ cm^2} = \dfrac{0{,}3\ m^3\ /\ 60\ s}{2\cdot 10^{-3} m^2} = 2{,}5\ m/s$

b) $J_m = \rho v = 1000\ kg/m^3 \cdot 2{,}5\ m/s = 2500\ kg/sm^2$

c) $h = 50\ m \cdot \sin \pi/6 = 25\ m$

$p_{lent} + ½\, \rho\, v^2 = p_{fent} + ½\, \rho\, v^2 + \rho gh \quad \Rightarrow \quad p_{fent} = p_{lent} - \rho gh = 4\cdot 10^5 - 10^3\cdot 10\cdot 25 = 150\ kPa$

d) az áramló fluidum nyomását a **Bernoulli-törvény**ből számítjuk:

$p + ½\, \rho\, v^2 + \rho gh = konst.$ (egy áramlási cső mentén)

a Bernoulli-törvény a munkatételből (kinetikus energia tétele) következik: $\Delta E_{kin} = W$

a feltételezések: a fluidum **ideális** és **inkompresszibilis**, az áramlás **stacionárius** és **lamináris**

2. Kepler törvényei. (14 p.)

- a bolygók ellipszis pályán mozognak, melynek egyik gyújtópontjában a Nap áll;
- a bolygók vezérsugara egyenlő idők alatt egyenlő területeket súrol (azaz a területi sebesség állandó);
- T^2 / a^3 = konst. minden bolygóra, ahol T a bolygó keringési ideje, „a” a pálya fél nagytengelye

3. Szobát fűtünk hőszivattyúval. A szobában 27 °C, kint –3 °C van. Mekkora teljesítménnyel tudjuk működtetni a reverzibilisen működő hőszivattyút, ha ugyanilyen viszonyok között 3kW-os villanyradiátorra volna szükség? (10 p.)

$T_A = 273+27 = 300\ K, \quad T_B = 273+(-3) = 270\ K$

a hőerőgép hatásfoka: $\eta = (T_A - T_B) / T_A = (300\ K - 270\ K) / 300\ K = 0{,}1 = W / Q_A$

ezt a hőszivattyúra is alkalmazhatjuk, mert a munka és hő iránya változik csak meg

η lesz az arány a teljesítményekre is: $\eta = P_{hősziv.} / P_{fűtés} = 0{,}1$

a szoba fűtéséhez 3 kW-os radiátorra van szükség, tehát $P_{fűtés} = 3\ kW$

$\Rightarrow \quad P_{hősziv.} = \eta \cdot P_{fűtés} = 0{,}1 \cdot 3000 = 300\ W$

4. 20 méter magas hengerben 25 °C-os metángáz van. Hány százalékkal kisebb a gáz nyomása a henger tetején, mint az alján? A gázállandó értéke: R = 8,3 J/mol·K. (14 p.)

a gáz nyomásának csökkenését a barometrikus magasságformula írja le:

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{Mgz}{RT}} \qquad \text{ahol metánra } M = 16 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$$

$$T = 273 + 25 = 298 \text{ K}$$

$$\frac{p}{p_0} = e^{-\frac{Mgz}{RT}} = e^{-\frac{16 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 20}{8{,}3 \cdot 298}} = e^{-0{,}0013} \approx 0{,}9987 = 99{,}87\ \%, \text{ azaz } 0{,}13\ \%\text{-kal kisebb}$$

Fizika BK1 zh3 2001. dec. 3.

1. Bernoulli egyenlet alkalmazása az ábrán lévő elrendezésre. Adatok: H a vízszint magassága a tartályban, L a vízszintes cső hossza, A a keresztmetszete, A/4 a szűkület végén lévő nyílás keresztmetszete, p_0 a légköri nyomás.
a) Mekkora a víz sebessége a nyílásnál?
b) Mekkora a víz sebessége a csőben?
c) Mekkora a nyomás a csőben? (15 p.)

ÁBRA: nagy tartály, alul vízszintes cső, ami szűkületben folytatódik, végén nyílás

a) a Bernoulli-törvényt felírva a tartály tetejére és a kifolyási pontra:

$$p_{fent} + \tfrac{1}{2}\rho\, v_{fent}^2 + \rho\, g\, z_{fent} = p_{ki} + \tfrac{1}{2}\rho\, v_{ki}^2 + \rho\, g\, z_{ki}$$

$z_{fent} = H$, $z_{ki} = 0$
a tartály tetején és a kifolyási pontnál a nyomás a légköri nyomás: $p_{fent} = p_{ki} = p_0$
a tartály tetején az áramlási sebesség zérusnak tekinthető, mert a tartály keresztmetszete jóval nagyobb, mint a cső keresztmetszete: $v_{fent} = 0$
a Bernoulli-törvény tehát erre az esetre

$$\rho g H = \tfrac{1}{2}\rho v_{ki}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{ki} = \sqrt{2gH}$$

b) a csőben a térfogatáram állandó, $A \cdot v$ = konst.: $A \cdot v_{cső} = A/4 \cdot v_{ki} \quad \Rightarrow \quad v_{cső} = v_{ki}/4 = \sqrt{2gH}\,/4$

c) a Bernoulli-törvény:

$p_{cső} + \tfrac{1}{2}\rho\, v_{cső}^2 = p_0 + \tfrac{1}{2}\rho\, v_{ki}^2$ (a cső vízszintes, $\rho g z$ azonos a csőben)

$\Rightarrow p_{cső} = p_0 + \tfrac{1}{2}\rho\,(v_{ki}^2 - v_{cső}^2) = p_0 + \tfrac{1}{2}\rho\,(2gH - 2gH/16) = p_0 + 1/15\, \rho g H$

2. Ábrázoljuk a z függőleges koordináta függvényében a nyomást a tenger fölött és alatt! z = 0 legyen a tengerszint. (12 p.)

a tengerszint fölött (a pozitív tartományban) exponenciálisan csökken:

$$p(z) = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0}{p_0} g z}$$ barometrikus magasságformula

közelítőleg $$p(z) \approx p_0 \cdot e^{-\frac{z}{8000\,\mathrm{m}}}$$

a tengerszint alatt (a negatív tartományban) a nyomás változása lineáris:

$p(z) = p_0 - \rho_{víz}\, g z \approx p_0 - z \cdot 10^4$ [Pa/m] hidrosztatikai nyomás

ÁBRA

3. 10 kW teljesítményű hőerőgép egyik hőtartálya 500 K hőmérsékletű. Legalább mekkora hőt ad le a gép 1 perc alatt a szobahőmérsékletű hidegebb hőtartálynak? (12 p.)

$W = P \cdot t = 10 \cdot 10^3\ \mathrm{W} \cdot 60\ \mathrm{s} = 600\ \mathrm{kJ}$
az egyik tartály $T_1 = 500$ K, a másik szobahőmérsékletű: $T_2 \approx 300$ K

a hatásfok $$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{500 - 300}{500} = \frac{2}{5} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{W}{Q_1}$$

$\Rightarrow$ $Q_1 = W/\eta = 1500$ kJ a felvett hő és $Q_2 = Q_1 - W =$ **900 kJ a leadott hő**

Ha irreverzibilis veszteségek is vannak, akkor a leadott hő ennél nagyobb.

4. A pontozott helyeket töltsük ki úgy, hogy lényeges, igaz állítást kapjunk! (12 p.)

a)…………………… erőtérben a …………. energia……………..………..

b) Adiabatikusan szigetelt rendszer………………… megmarad, ha a folyamat …………….. és nő, ha a folyamat ………………………………...

c) Ahhoz, hogy a hő a hidegebb helyről a melegebb felé menjen, ………………….szükséges.

d) Másodfajú perpetuum mobile: egy olyan ……………működő gép, ami …………hőtartállyal áll kapcsolatban, és …………….., tehát ……………. vesz fel és ……………… ad le.

a) ***KONZERVATÍV*** erőtérben a ***MECHANIKAI*** energia ***ÁLLANDÓ***.

b) Adiabatikusan szigetelt rendszer ***ENTRÓPIÁJA*** megmarad, ha a folyamat ***REVERZIBILIS***, és nő, ha a folyamat ***IRREVERZIBILIS.***

c) Ahhoz, hogy a hő a hidegebb helyről a melegebb felé menjen, ***MUNKA*** szükséges.

d) Másodfajú perpetuum mobile: egy olyan ***CIKLIKUSAN (vagy: PERIODIKUSAN)*** működő gép, ami ***EGYETLEN*** hőtartállyal áll kapcsolatban, és ***MUNKÁT VÉGEZ***, tehát ***HŐT*** vesz fel és ***MUNKÁT*** ad le.

5. Mekkora a sebesség és a gyorsulás nagysága körmozgásnál, ha a kör sugara R, szögsebessége ω, szöggyorsulása β? (9 p.)

v = a =

$v = R\omega$

$$a = \sqrt{a_t^{\,2} + a_{cp}^{\,2}} = \sqrt{(R\beta)^2 + \left(R\omega^2\right)^2}$$

Fizika BK1 zh3 2002. december 9.

1. Matematikai síkinga fonala a függőlegessel α szöget zár be.

a. Milyen erők hatnak az L hosszúságú fonál végén levő m tömegpontra? (4 p.)
b. Írjuk fel a mozgásegyenletet vektori alakban! (4 p.)
c. Írjuk fel a mozgásegyenletet tangenciális és centripetális komponensekben is! (4 p.)
d. Mekkora az inga lengésideje kis kitérések esetén? (2 p.)

ÁBRA

a) **G** súlyerő (függőlegesen lefelé) és $\mathbf{F_k}$ kötélerő (a kötél irányában húzóerő)

b) $m\,\mathbf{a} = \mathbf{G} + \mathbf{F_k}$, $\mathbf{G} = m\,\mathbf{g}$ $\Rightarrow$ a mozgásegyenlet $m\,\ddot{\mathbf{r}} = m\,\mathbf{g} + \mathbf{F_k}$

c) tangenciális: $m\,a_t = m\,L\,\dot{\omega} = m\,L\,\ddot{\alpha} = -\,m\,g\sin\alpha$

centripetális: $m\,a_{cp} = m\,L\,\omega^2 = F_k - m\,g\cos\alpha$

d) $T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{L}}$

magyarázat: kis kitérésekre $\sin\alpha \approx \alpha$, így a tangenciális irányban felírt mozgásegyenlet
$m\,L\,\ddot{\alpha} = -\,m\,g\,\alpha$, vagyis $\ddot{\alpha} = -\,g/L\,\alpha = \omega^2\,\alpha$, ez a harmonikus rezgés egyenlete,
aminek megoldása $\alpha = \alpha_{max}\sin(\omega t+\varphi_0)$, ahol $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \frac{2\pi}{T}$ (α_{max} és φ_0 a kezdőfeltételektől függ)

2. Megmaradási törvények a mechanikában. Sorolja fel ezeket az érvényesség feltételével együtt! (10 p.)

tömeg megmaradása	zárt rendszerben
energia megmaradása	zárt rendszerben
mechanikai energia megmaradása	konzervatív erőtér esetén
impulzus megmaradása	ha a külső erők eredője zérus (zárt rendszer)
impulzusmomentum megmaradása	ha a külső erők forgatónyomatéka zérus

3. Az izzólámpára jutó feszültség kis mértékben lecsökken. Milyen látható következményekkel jár ez a feszültségcsökkenés? Ha az izzószál fekete test lenne, akkor e látható effektusokat milyen törvényekből tudnánk magyarázni? Adjuk meg a törvények nevét és formuláját! (10 p.)

Az izzószál halványabban fog világítani és megváltozik a színe, sárgásabb – vörösesebb lesz.
Az első jelenséget a Stefan-Boltzmann törvénnyel tudjuk magyarázni, miszerint a kisugárzott felületi teljesítmény a fekete test abszolút hőmérsékletének negyedik hatványával arányos: $E \sim T^4$ (az izzószál hőmérsékletének csökkenését a feszültség csökkenése okozza: $P = U^2/R$, így az áram hőhatása kisebb lesz).
A második jelenséget a Wien-féle eltolódási törvény magyarázza, miszerint az a frekvencia, amelyen a test sugárzása maximális, a test abszolút hőmérsékletével arányos: $\nu_{max} \sim T$. ν_{max} csökken, a spektrum csúcsa a vörös felé tolódik.

4. Egy miniszállodában két szint van, az első szinten egy szoba, a másodikon két szoba van. A szobák számozása legyen: 11, 21 és 22. Két vendég érkezik a szállodába: A és B. Adjuk meg a lehetséges makroállapotokat (a vendégek számának szintenkénti eloszlását), és ezek

termodinamikai valószínűségét (azaz, hányféleképpen valósulhat meg az adott eloszlás) a Fermi-Dirac statisztikát követve!
Adjuk meg a számolás szabályait is! (14 p.)

A Fermi-Dirac statisztika szerint a részecskék (a vendégek) megkülönböztethetetlenek, és egy kalitkában (szobában) egyszerre csak egy helyezkedhet el. Eszerint mindegy, hogy egy bizonyos szobában A vagy B vendég lakik, és A-nak és B-nek külön szobában kell laknia.
Három szoba van, tehát háromféleképpen lehet a két vendéget elhelyezni.
A lehetséges mikroállapotok (a betöltött szobákkal jellemezve):
MI1.: 11 és 21 MI2.: 11 és 22 MI3.: 21 és 22 (egyforma valószínűségűek)
A makroállapotok:
MA1: egy vendég az első szinten, egy vendég a második szinten,
MA2: mindkét vendég a második szinten.
Az első makroállapothoz 2 mikroállapot (MI1 és MI2) tartozik, tehát valószínűsége 2,
a második makroállapothoz 1 mikroállapot (MI3) tartozik, tehát valószínűsége 1.

5. Adjuk meg a ν frekvenciájú A amplitúdójú harmonikus rezgőmozgást végző test átlagsebességét egy teljes periódusra az alábbi két értelemben:

a. a sebesség nagyságának átlagát, (6 p.)

b. a sebességvektor átlagának nagyságát! (4 p.)

a) $v = \dot{s}$, a sebesség nagysága a megtett *út* idő szerinti deriváltja. A sebesség nagyságának átlaga tehát úgy számolandó, hogy az egy periódus alatt megtett utat osztjuk a periódus hosszával. Egy teljes periódus alatt a megtett út 4A, ebből $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{4A}{T} = 4A\nu$.

Második megoldás (integrálással): $x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \;\Rightarrow\; v = \dot{x} = A\omega\cos\omega t$

$$\bar{v} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} |A\omega\cos\omega t| \, dt = \frac{4A}{T}$$

b) $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$, a sebességvektor a helyvektor idő szerinti deriváltja. A sebességvektor átlagának nagysága tehát $|\bar{\mathbf{v}}| = \left|\frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}\right| = \left|\frac{\mathbf{r}(t+T) - \mathbf{r}(t)}{T}\right| = 0$

r(t+T)=**r**(t), mert **r**(t) T szerint periodikus

Második megoldás (integrálással): $x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \;\Rightarrow\; v = \dot{x} = A\omega\cos\omega t$

$$\bar{v} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} A\omega\cos\omega t \, dt = \frac{1}{T}\left[A\sin\omega t\right]_t^{t+T} = \frac{1}{T}\big(A\sin(t+T) - A\sin(t)\big) = 0$$

Vagy: a sebesség átlaga az x(t) grafikonon a görbe alatti terület / az eltelt idő