**2. TÉMAKÖR: DINAMIKA**

1. GYAKORLAT

**NEWTON AXIÓMÁK**

**I. axióma**: tehetetlenség törvénye.

Magára hagyott test nyugalomban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez (azaz:
**v** = konst.), ha a test mozgását olyan vonatkoztatási rendszerben vizsgáljuk, ami inerciarendszer.

Magára hagyott test: nincs kölcsönhatásban más testtel, ha megfelelően távol van más testektől.

Mi az inerciarendszer? Olyan vonatkoztatási rendszer, amiben érvényes Newton I. axiómája. Vagyis körbeért a definíció. Feloldás: az állítás az, hogy létezik inerciarendszer. A Földet inerciarendszernek tekintjük olyan mozgások vizsgálatánál, amelyeknél a megtett távolságok elhanyagolhatóak a Föld méretéhez képest – de nagyobb távolságot átfogó mozgásoknál már nem tekinthetünk el a Föld forgásától, keringésétől, és így nem tekinthető inerciarendszernek. Vagy: állócsillagokhoz rögzített vonatkoztatási rendszer alkalmas inerciarendszernek.

**II. axióma**: a dinamikai alaptörvénye.

A test gyorsulása arányos a rá ható erővel: **a** ~ **F**,

az arányossági tényező a test tömege: **F** = m**a** .

Az m tömeg a tehetetlenség mértéke [kg],

az F erő a kölcsönhatás mértéke [N].

*KÍSÉRLET: rugós kisautó. A rugó mindig ugyanakkora erőt fejt ki, az autó tömegének növelésével csökken a gyorsulás.*

*KÍSÉRLET: egy kiskocsit gyorsítottunk egy csigán átvetett fonálon lógó tömeggel. A kiskocsiba az egyes kísérletekben különböző terhelő tömegeket tettünk.*

**III. axióma**: kölcsönhatás törvénye.

Jelölje **FAB** az A test által a B testre kifejtett erőt, és **FBA** a B test által az A testre kifejtett erőt; a két erő egyenlő nagyságú, megegyező hatásvonalú és ellentétes irányú: **FBA** = –**FAB** , azaz **FAB** + **FBA** = **0**.

Az erő-ellenerő (akció-reakció) megnevezés azt sugallja, hogy az egyik váltja ki a másikat, időben késleltetés van közöttük, de ez nem igaz, egyszerre, egy időben lépnek fel.

*KÍSÉRLET: 2 rugós erőmérő egymást húzza. A 2 rugó mindig egyformán nyúlik meg.*

**IV. axióma**: szuperpozíció törvénye (az erők összegzése).

Ha egy testre egyszerre több erő is hat, akkor a test gyorsulását az erők vektori eredője határozza meg: **Feredő** = Σ**Fi** , az **F** = m**a** egyenletbe az erők vektori eredőjét kell írni: Σ**Fi** = m**a**.

Ez azt is jelenti, hogy az egyszerre fellépő erők nem befolyásolják egymást (vagyis a kölcsönhatások egymástól függetlenek).

*VIDEÓ: két test: egy vasgolyó és néhány madártoll esik le. A nehézségi erő okozta gyorsulásuk egyforma nagyságú, de a nagyobb fajlagos felületű tollakra a közegellenállási erő is hat, ezért kisebb lesz a gyorsulása. (A másikra is hat közegellenállási erő, de ott elhanyagolható a gyorsulásának a változása.) Vákuumban viszont nincs közegellenállás, ott mindkét testnek egyforma a gyorsulása:* [*https://www.youtube.com/watch?v=E43-CfukEgs*](https://www.youtube.com/watch?v=E43-CfukEgs)

**MOZGÁSEGYENLET**

Az m**a** = Σ**Fi** egyenletbe behelyettesítjük az egyes kölcsönhatásoknak megfelelő erőtörvényeket (ld. később), így tudjuk a test gyorsulását. A kezdősebesség és a kezdeti helyvektor (vagy bármely időpontban a sebesség és a helyvektor) ismeretében meg tudjuk határozni a sebességet és a helyvektort az idő függvényében.

**ERŐTÖRVÉNYEK**

avagy: mitől, hogyan függ az egyes kölcsönhatásokban fellépő erő?

**Nehézségi erő a Föld felszínén**

A Föld által bármely testre kifejtett vonzóerő.

Nagysága: Fg = mg, ahol
g a gravitációs gyorsulás, aminek értéke kis mértékben függ attól, hogy a Föld mely pontján van a test (ld. később), Magyarországon g ≈ 9,81 m/s2;

iránya: függőlegesen lefelé;

A g értéke függ a földrajzi szélességtől egyrészt, mert a Föld nem gömb alakú, másrészt, mert a Föld forog, és függ a tengerszint feletti magasságtól.

A földi nehézségi erő az általános tömegvonzási erőből származik, ahol a két egymást vonzó test közül az egyik a Föld. Az általános tömegvonzási (gravitációs) erő bármely két test között fellép, a nagysága a távolság növekedésével csökken, de sehol nem zérus.

Kérdés: a Föld és egy ember közötti kölcsönhatásban melyikre hat nagyobb tömegvonzási erő?

Ha a test szabadon mozog → hajítás;

ha van felület, kötél, rúd → „kényszererő.”

**Kényszererők: felület, kötél, rúd**

A testek mozgását felület, kötél, rúd korlátozza, ezt a geometriai kényszert a test és a felület, kötél, rúd között ható erővel írjuk le.

Csak az irányukat tudjuk (a geometriai kényszer miatt), a nagyságukat nem, az mindig az adott problémából adódik!

A testre a felület által kifejtett **Fny** nyomóerő:

iránya: a felületre merőleges (ha görbült a felület, akkor a pontbeli érintősíkra merőleges); csak nyomni tud;

nagysága akkora, hogy a test a felületen maradjon.

A testre a kötél által kifejtett **Fkötél** kötélerő:

iránya: csak húzni tudja a testet, kötélirányban;

nagysága: ugyanakkora az erő nagysága a kötél két végén; akkora, hogy a test a kötél hosszánál távolabbra nem kerülhet a kötél rögzítési pontjától.

A testre rúd által kifejtett **Frúd** rúderő:

iránya: húzni és nyomni is tudja a testet, rúdirányban;

nagysága abból adódik, hogy a rúd hossza nem változhat.

**Súrlódási erők**

Csúszási súrlódási erő

Szilárd felület és a hozzá képest mozgásban levő test között lép fel (a felületek között ható kémiai erők és a felületek érdessége miatt).

Nagysága: Fs = μ Fny , ahol

Fny a testre ható nyomóerő,

μ a csúszási súrlódási együttható;

iránya: a sebességgel ellentétes irányú;

Tapadási súrlódás

Szilárd felület és a hozzá képest nyugalomban levő test között lép fel, ha valamilyen külső erő el akarja mozdítani őket egymáshoz képest.

Nagysága: akkora, amekkora ahhoz szükséges, hogy a test nyugalomban maradjon,
de nem lehet nagyobb, mint Ft,max = μt Fny , ahol

Fny a testre ható nyomóerő,
μt a tapadási súrlódási együttható;

(ha ennél nagyobb erőre lenne szükség, akkor a test elkezd mozogni a felülethez képest);

iránya: a felülettel párhuzamos; azzal ellentétes irányú, amerre a külső (eredő) erő el akarja mozdítani a testet.

Gördülési ellenállás: Fgördülési = μgördülési Fny

Azonos felületek között μgördülési < μcsúszási < μtapadási .

**Közegellenállási erő**

Fluidum (folyadék, gáz) és a hozzá képest mozgásban levő test között lép fel. Iránya: a sebességgel ellentétes irányú, nagysága függ a sebesség nagyságától.

**FELADATOK**

**2A/1.** Van egy α = 18° hajlásszögű, L = 2,3 m hosszú lejtő, és egy m = 85 dkg tömegű test.

A test és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható μ = 0,16.
**a)** Mekkora súrlódási erő hat a testre a mozgása közben?

**b)** Mekkora lesz a test végsebessége a lejtő aljára érkezve, ha a test a lejtő tetejéről nyugalomból indulva elkezd lefelé csúszni?

**c)** Legalább mekkora kezdősebességet kell adni a testnek a lejtő alján, hogy feljusson a lejtő legtetejére?

**d)** Ha azt szeretnénk, hogy a test állandó sebességgel mozogjon felfelé a lejtőn, mekkora lejtővel párhuzamos erőt kell rá kifejtenünk?

**Plusz kérdés:**

**e)** Ha azt szeretnénk, hogy a test állandó sebességgel mozogjon felfelé a lejtőn, mekkora vízszintes erőt kell rá kifejtenünk?

Megoldás

A testre 3 erő hat:

Fs

Fg

Fny

α

a nehézségi erő:

az iránya függőlegesen lefelé mutat,

a nagysága Fg = mg;

a lejtő által a testre kifejtett nyomóerő:

az iránya merőleges a lejtő síkjára,

a nagysága akkora, hogy teljesüljön az, hogy a test a lejtő síkjában mozog;

a csúszási súrlódási erő:

az iránya ellentétes a test mozgásának az irányával,

a nagysága Fs = μ∙Fny , a nyomóerő nagyságától függ.

A három erő 3 különböző irányú. A test a lejtő síkjában mozog, ezért úgy írunk fel két egyenletet, hogy az egyik a mozgás iránya, ami most a lejtővel párhuzamos irány, a másik pedig az arra merőleges (a lejtő síkjára merőleges) irány.

Ehhez először fel kell bontanunk a nehézségi erőt ilyen irányú komponensekre:

α

α

α

mgǁ‖ = mg∙sinα

mg⊥ = mg∙cosα

Mivel a test a lejtő síkjában mozog, az arra merőleges erők eredője zérus kell legyen, hiszen nem lehet gyorsulása a lejtőre merőlegesen. A lejtőre merőleges nyomóerő ezért akkora kell legyen, mint a nehézségi erőnek a lejtőre merőleges komponense:

Fny = mg⊥ = mg⋅cosα = 8,084 N.

A feladat megoldásánál a képleteket fogjuk tovább alakítani és csak a legvégén fogunk behelyettesíteni, de szürkével oda lesznek írva menet közben a részeredmények.

**a)** A nyomóerő nagyságát ismerve ki tudjuk fejezni a csúszási súrlódási erő nagyságát:

Fs = μ∙Fny = μ∙mg⋅cosα

Behelyettesítve:

Fs = μ∙mg⋅cosα = 0,16 ∙ 0,85∙10∙cos18° = 1,293 N.

**b)** Ki kell fejeznünk a test gyorsulását a mozgásegyenlet lejtővel párhuzamos komponenséből. A test a lejtő síkjában lefelé fog mozogni, ezért azt vesszük fel pozitív iránynak. A testet a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponense gyorsítja, a súrlódás fékezi:

male = mg⋅sinα – μ∙mg⋅cosα = 2,627 – 1,293 = 1,333 N ,

ebből a test gyorsulása lefelé

ale = g⋅(sinα – μ∙cosα) = 10∙(sin18° – 0,16∙cos18°) = 1,568 m/s2 .

Mivel állandó a test gyorsulása, ezért a sebessége egyenletesen változik:

vle(t) = vle0 + ale ∙ t ,

és a lejtőn megtett távolságot négyzetes úttörvénnyel számolhatjuk:

sle(t) = vle0 t + ½ ale t2 .

Ebben a feladatban most vle0 = 0, mert nyugalomból indul, tehát

vle(t) = ale ∙ t és sle(t) = ½ ale t2 .

A lejtő alján a sebességet úgy tudjuk kiszámolni, hogy először meghatározzuk, mennyi idő alatt ér le, vagyis milyen t\* időben lesz s(t\*) = L:

½ ale t\*2 = L → t\* = $\sqrt{\frac{2L}{a\_{le}}}$ = 1,713 s,

és ezt behelyettesítjük a sebesség képletébe:

vle,vég = vle(t\*) = ale ∙ t\* = ale ∙ $\sqrt{\frac{2L}{a\_{le}}}$ = $\sqrt{2L a\_{le}}$ .

Behelyettesítve:

vle,vég = $\sqrt{2L a\_{le}}$ = $\sqrt{2∙2,3∙1,568}$ = 2,686 m/s.

**c)** Ha felfelé halad a test a lejtőn, akkor más lesz a gyorsulásának a nagysága, mint amikor lefelé csúszott. A csúszási súrlódási erő most is fékezi a testet, az iránya mindig a mozgás irányával ellentétes irányba mutat, vagyis felfelé haladó test esetén lefelé mutat. Másrészt a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponense mindig lefelé mutat, ami a lefelé haladó testet gyorsította, de a felfelé haladó testet fékezi.

Fs

Fg

Fny

α

Mivel a test most a lejtő síkjában felfelé fog mozogni, ezért most azt vesszük fel pozitív iránynak.

mafel = – mg⋅sinα – μ∙mg⋅cosα = – 2,627 – 1,293 = –3,920 N ,

ebből a test gyorsulása felfelé

afel = – g⋅(sinα + μ∙cosα) = –10∙(sin18° + 0,16∙cos18°) = –4,612 m/s2 .

Ha ugyanakkora kezdősebességet adnánk a testnek, mint amekkora végsebességgel leérkezett a lejtő aljára, akkor nem jutna fel a lejtő tetejére, mert most nagyobb abszolút értékű a lassulása, mint a **b)** részben a gyorsulása volt.

Írjuk fel a test sebességét és a lejtőn megtett utat az idő függvényében:

vfel(t) = vfel0 + afel ∙ t és sfel(t) = vfel0 t + ½ afel t2 .

A minimális kezdősebességgel éppen a lejtő tetejére érve áll meg a test (ehhez t’ idő kell):

vfel0 + afel ∙ t’ = 0 → t’ = – vfel0 / afel = 0,9987 s (afel negatív, tehát t’ pozitív).

sfel képletébe ezt az időt behelyettesítve L-et kell kapjunk:

vfel0 t’ + ½ afel t’2 = vfel0 ∙ (– vfel0/afel) + ½ afel (– vfel0/afel)2 = – $\frac{v\_{fel0}^{2}}{2 a\_{fel}}$ = L .

Ebből kifejezhető a minimális kezdősebesség, amivel feljut a lejtő tetejére:

vfel0 = $\sqrt{-2L a\_{fel}}$ (afel negatív, tehát a gyök alatti mennyiség pozitív)

Behelyettesítve

vfel0 = $\sqrt{–2∙2,3∙(–4,612)}$ = 4,606 m/s .

**d)** Ha állandó sebességgel mozog a test a lejtőn, akkor a gyorsulása zérus ( afel = 0 ) , vagyis a lejtővel párhuzamos erők eredője zérus kell legyen.

Fs

Fg

Fny

α

Fpárh

Jelölje Fpárh az általunk a lejtővel párhuzamos irányban kifejtett erőt. Ez az erő felfelé gyorsítja a testet, vagyis felfelé mutató tengely esetén pozitív előjelű:

mafel = Fpárh – mg⋅sinα – μ∙mg⋅cosα = 0

→ Fpárh = mg⋅sinα + μ∙mg⋅cosα ,

behelyettesítve Fpárh = 3,920 N.

**Plusz kérdés:**

**e)** Az általunk kifejtett Fv erő nem párhuzamos a lejtő síkjával, ezért nem csak tolja felfelé a testet a lejtőn, hanem „bele is akarja nyomni” a lejtőbe. Emiatt a lejtő által a kifejtett nyomóerő nagysága megváltozik, nagyobb lesz.

A számoláshoz az Fv erőt is fel kell bontanunk lejtővel párhuzamos és lejtőre merőleges komponensekre:

Fs’

Fg

Fny’

α

Fv

Fvǁ = Fv ∙cosα

Fv⊥ = Fv ∙sinα

A lejtőre merőleges komponensek eredője zérust kell adjon:

Fny’ – mg⊥ – Fv⊥ = Fny’ – mg∙cosα – Fv∙sinα = 0 ,

ezért a lejtő által kifejtett nyomóerő most

Fny’ = mg∙cosα + Fv∙sinα .

A nyomóerő nagyságának változása miatt a súrlódási erő nagysága is változni fog:

Fs’ = μ∙Fny’ = μ∙mg∙cosα + μ∙Fv∙sinα .

A testet akkora erővel toljuk, hogy a sebessége állandó legyen, ezért a lejtővel párhuzamos gyorsulása zérus:

Fvǁ – mgǁ – Fs’ = 0 →

Fv∙cosα – mg∙sinα – (μ∙mg∙cosα + μ∙Fv∙sinα) = 0

Ebből kifejezhető az Fv erő:

Fv = $\frac{sinα + μ∙cosα}{cosα – μ∙sinα}$ mg

Behelyettesítve Fv = 4,348 N.

**2A/2.** Az előző feladatban szereplő test és a lejtő között a tapadási súrlódási együttható értéke μt = 0,34. A többi adat változatlan (L = 2,3 m; m = 85 dkg; csúszási súrlódási együttható μ = 0,16).

Mekkora a testre ható (tapadási vagy csúszási) súrlódási erő?

Megoldás

A lejtőn nyugalomban levő testet a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponense,

mgǁ = mg⋅sinα = 2,627 N nagyságú erő akarja gyorsítani a lejtőn lefelé.

Tudjuk, hogy a tapadási súrlódási erő maximális értéke Ft,max = μt ⋅ Fny.

Mivel most Fny = mg⊥ = mg⋅cosα = 8,084 N ,

ezért Ft,max = μt⋅ Fny = 0,34∙8,084 = 2,749 N.

Ft,max = 2,749 N > mgǁ‖ = 2,627 N

A tapadási súrlódási erő maximális értéke nagyobb, mint az az erő, ami a lejtőn lefelé gyorsítani akarja a testet, ezért a test nem kezd el csúszni.

A tapadási súrlódási erő értéke akkora, hogy az eredő erő zérus legyen, vagyis

Ft = mgǁ‖ = 2,627 N.

**2A/3.** Egy traktor két pótkocsit vontat nyújthatatlan drótkötelekkel. Mekkora a traktor húzóereje és mekkora erő feszíti a köteleket, ha indításnál a traktor 1 perc alatt egyenletesen gyorsít fel 43,2 km/h sebességre?

A traktor tömege 3 t, a pótkocsik tömege 2-2 t, a gördülő ellenállási együttható μg = 0,08.

Fk2

Fk2

Fk1

Ftr

m1

m2

mtr

Fs,tr

Fs1

Fg2

Fg1

Fg tr

Fk1

Fs2

Fny1

Fny tr

Fny2

Megoldás

Adatok:

pótkocsik: m1 = m2 = 2 t = 2000 kg; traktor: mtr = 3 t = 3000 kg;

v0 = 0; vvég = 43,2 km/h = 12 m/s; Δt = 1 min = 60 s.

Milyen erők hatnak?

**Ftr** az út által az traktorra a mozgás irányába kifejtett erő:

iránya a gyorsítás irányába mutat,

nagysága ismeretlen;

**Fk1** ill. **Fk2** a két kötélerő:

iránya a kötél irányában ható húzóerő,

nagysága ismeretlen;

**Fg tr**, **Fg1** és **Fg2** a Föld által a traktorra, ill. pótkocsikra kifejtett nehézségi erő,

iránya függőlegesen lefelé mutat,

nagysága Fg = mg;

**Fny tr**, **Fny1** és **Fny2** a talaj által a traktorra, ill. pótkocsikra kifejtett nyomóerő.

iránya a talajra merőlegesen felfelé mutat,

nagysága akkora, amekkora ahhoz szükséges, hogy a test éppen a felületen mozogjon;

**Fs tr**, **Fs1** és **Fs2** a gördülési súrlódási erő,

iránya a mozgással ellentétes irányba mutat,

nagysága Fs = μg∙Fny .

Az erők egy része vízszintes, másik része függőleges. A kiszámolandó erők vízszintesek, de mivel a vízszintes súrlódási erők nagysága a függőleges nyomóerők nagyságától függ, először azokat kell tudnunk.

Mivel a testek a talajon mozognak, a függőleges erők eredője zérus kell legyen, hiszen nem lehet gyorsulásuk függőlegesen felfelé vagy lefelé → ebből tudjuk a nyomóerőket:

Fny,tr = mtr g , Fny1 = m1 g , Fny2 = m2 g .

A súrlódási erők nagysága így Fs = μ Fny = μmg mindegyik testre:

Fs tr = μ Fny tr = μmtr g ; Fs 1= μ Fny1 = μm1 g ; Fs2 = μ Fny2 = μm2 g .

Vízszintesen az x tengely pozitív irányának azt az irányt választjuk, amerre a traktor gyorsít

→ a súrlódási erők előjele mindig negatív.

A kötélerő egy-egy kötél két végén egyenlő, de a két kötélben eltérő nagyságú.

Fel fogjuk írni minden testre az max = ΣFix egyenletet.

Tudjuk, hogy a drótkötél nyújthatatlan, ezért a kocsik közötti távolság nem változhat, vagyis minden pillanatban megegyezik a sebességük, így mindhárom test (a két kocsi és a traktor) gyorsulása megegyezik (jelöljük ezt ax helyett egyszerűen a-val):

traktor: mtr a = Ftr – Fk1 – Fs tr

első pótkocsi: m1 a = Fk1 – Fk2 – Fs1

második pótkocsi: m2 a = Fk2 – Fs2

A súrlódási erők nagyságát behelyettesítve:

traktor: mtr a = Ftr – Fk1 – μmtrg

első pótkocsi: m1 a = Fk1 – Fk2 – μm1g

második pótkocsi: m2 a = Fk2 – μm2g

Ezekből sorra kiszámolhatók a kérdéses erők, ha ismerjük a gyorsulást.

A gyorsulást ki tudjuk abból számítani, hogy a traktor 1 perc alatt gyorsít fel álló helyzetből 43,2 km/h sebességre:

a = Δv / Δt = (43,2/3,6 – 0) / 60 = 12 / 60 = 0,2 m/s2 .

Tehát az erők:

Fk2 = m2(a+μg) = 2000⋅(0,2+0,08·10) = 2000 N ,

Fk1 = Fk2 + m1(a+μg) = (m1+m2)(a+μg) = (2000+2000)∙(0,2+0,08∙10) = 4000 N ,

Ftr = Fk1 + mtr(a+μg) = (m1+m2+mtr)(a+μg) = (2000+2000+3000)∙(0,2+0,08∙10) = 7000 N .

MEGJEGYZÉSEK

* A drótkötelek tömegét elhanyagoltuk. Ha figyelembe kellene venni a tömegüket, akkor nem lenne igaz, hogy a két végükön ébredő erő megegyezik, hanem a kötelekre is fel kellene írni mozgásegyenletet és abból tudnánk kiszámolni az erőket.
* Vegyük észre, hogy a fenti feladatban a gyorsulás az egyes testekre felírt egyenletekből kifejezve
 a =$ \frac{F\_{tr} – (F\_{k1}+ F\_{s tr})}{m\_{tr}}=\frac{F\_{k1} – (F\_{k2}+ F\_{s1})}{m\_{1}}=\frac{F\_{k2} – F\_{s2}}{m\_{2}}$ ,
vagyis az egyes testekre az előre- ill. a hátrafelé ható erők különbsége arányos a tömegükkel (ugyanez igaz kötelekre is).
* Tekintsük a 3 testet egy rendszernek és adjuk össze a 3 testre felírt mozgásegyenletet:
 (mtr + m1 + m2) a = Ftr – ( Fs tr + Fs1 + Fs2)Ekkor az Fk1, Fk2 kötélerők kiesnek, mivel ők a 3 testből álló rendszerben belső erők.
A 3 testből álló rendszer gyorsulását a külső erők eredője határozza meg:
 a= $ \frac{F\_{tr} – (F\_{s tr}+ F\_{s1}+ F\_{s2})}{m\_{tr}+m\_{1}+m\_{2}}$ .
* A függőleges komponensekre is felírhattuk volna az maz = ΣFiz egyenleteket pl. a pozitív irányt felfelé választva, és tudjuk, hogy az = 0 kell legyen:

traktor: mtr atr z = –mtr g + Fny tr = 0

első pótkocsi: m1 a1 z = –m1 g + Fny1 = 0

második pótkocsi: m2 a2 z = –m2 g + Fny2 = 0

* Felírhatjuk a mozgásegyenleteket vektori alakban is: m **a** = Σ**Fi** :

traktor: mtr **atr** = mtr **g** + **Fny tr** + **Ftr** + **Fk1** + **Fs tr**

első pótkocsi: m1 **a1** = m1 **g** + **Fny1** + **Fk1** + **Fk2** + **Fs1**

második pótkocsi: m2 **a2** = m2 **g** + **Fny2** + **Fk2** + **Fs2**

**2A/4.** *KÍSÉRLET: egy kiskocsit gyorsítottunk egy csigán átvetett fonálon lógó tömeggel. A kiskocsiba az egyes kísérletekben különböző terhelő tömegeket tettünk.*

A fonál nyújthatatlan, a tömegét a kiskocsi tömegébe mértük bele.

Vezessük le, mekkora lesz a kiskocsi gyorsulása a kiskocsiba rakott terhelő tömeg és a függőlegesen lógó gyorsító tömeg függvényében!

Megoldás

mgy

M+mt

Fk

Fny

Fk

Fs

(M+mt)g

mgyg

A kiskocsi tömege M, a bele rakott terhelő tömeg mt. Ezt a két testet kezelhetjük egy testnek az egyenletek felírásakor, mert a terhelő tömeg nem mozdul el a kiskocsihoz képest.

A függőlegesen lógó gyorsító test tömege mgy.

A kiskocsi mozgása vízszintes, a gyorsító tömegé függőleges irányú, de a sebességük nagysága meg kell egyezzen minden pillanatban, mert a fonál hossza állandó közöttük. Mivel a sebességük nagysága megegyezik, a gyorsulásuk nagysága is megegyezik. A testeket összekötő fonál ugyanakkora erővel hat mindkét testre, de az erő iránya változik a fonál irányát követve.

A kiskocsira felírhatjuk, hogy a rá ható függőleges erők eredője zérus kell legyen, és ebből tudjuk, hogy Fny = (M + mt) g.

A kiskocsit fékezi a kerekek gördülési ellenállása, ez az erő a csúszási súrlódási erőhöz hasonlóan írható fel, nagysága a nyomóerő nagyságával arányos:

Fs = μ Fny = μ (M + mt) g.

A gyorsulás meghatározásához fel kell írni

a kiskocsira ható vízszintes erők eredőjét:

(M + mt) a = Fk – Fs = Fk – μ (M + mt) g ;

a gyorsító tehernél pedig a függőleges erők eredőjét:

mgy a = mgy g – Fk .

(Az előjeleket itt most annak megfelelően választottuk meg, hogy tudjuk, hogy merre mozognak a testek.)

A két egyenletet összeadva a kötélerő kiesik:

(M + mt + mgy) a = mgy g – μ (M + mt) g,

és kifejezhető belőle a gyorsulás a tömegek függvényében:

a =$ \frac{m\_{gy} – μ \left(M + m\_{t}\right)}{M + m\_{t} + m\_{gy}} $g .

MEGJEGYZÉS: Az (M + mt + mgy) a = mgy g – Fs  egyenleten azt látjuk, hogy ha egy rendszernek tekintjük a testeket, akkor erre a rendszerre a rendszeren kívüli külső erők eredője mgy g – Fs. Természetesen nem csak ezek a külső erők hatnak a rendszerre, mert hat (M + mt) g és Fny is, de azok eredője zérus.

**SZIMULÁCIÓK, VIDEÓK:**

Vízszintes síkon gyorsított test súrlódással:

<https://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/forces-1d>

Lejtő, állítható súrlódási együtthatókkal:

<https://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/ramp-forces-and-motion>

A tapadási súrlódási erő attól függ, hogy a felületek mekkora erővel nyomják egymást:

<http://www.videoman.gr/106419>

<https://www.youtube.com/watch?v=bgyrrjmavy4>