**3/1.** Cartesius-búvárt készítünk egy hengeres üvegcsővel, amelynek külső hossza lk = 74 mm, belső hossza lb = 73 mm. A búvárt tartalmazó palackban H = 17 cm magas a vízoszlop, a vízszint és a palack teteje közötti távolság d = 1 mm. A légköri nyomás p0 = 105 Pa.

Kezdetben, a búvár felső helyzetében a csőben levő vízoszlop magassága h1 = 22 mm. A palackot megnyomva a búvár lesüllyed, és a vízoszlop hossza az alsó helyzetben h2 = 35 mm-re nő.

Mekkora nyomást fejtettünk ki a palackra?

H

p0

d

lk

lb

h1

h2

p1

p2

lb – h1

H – h2

1

2

lb – h2

pk

Megoldás

A búvár felső helyzetében a bezárt levegő p1 nyomása kiszámolható az 1 magasságra felírt egyensúlyból:

 p1 = p0 + ρv g (lb–h1) = 105 Pa + 103 kg/m3 ∙ 10 m/s2 ∙ (73–22)∙10–3 m = 100510 Pa.

A bezárt levegő térfogata a felső helyzetben

 V1 = (lb – h1) A ,

az alsó helyzetben

 V2 = (lb – h2) A .

Izoterm állapotváltozást feltételezve p1V1 = p2V2:

 → p2 = V1 / V2 ∙ p1 = (lb – h1) / (lb – h2) ∙ p1 = (73–22) / (73–35) ∙ 100510 = 134895 Pa,

ennyi lesz a bezárt levegő nyomása az alsó helyzetben.

A 2 magasságra felírt egyensúlyból kiszámolhatjuk azt, hogy mekkora pk nyomásra van szükség a hidrosztatikai és a légköri nyomáson felül ahhoz, hogy az alsó helyzetben p2 nyomás jöjjön létre:

 p2 = p0 + ρv g (H–h2) + pk

 → pk = p2 – p0 – ρv g (H–h2) = 134895 – 100000 – 103 ∙ 10 ∙ (170–35)∙10–3 = 33545 Pa.

**3/2.** Cartesius-búvárt készítünk egy hengeres üvegcsőből, amelynek tömege mk = 5,59 g, külső hossza lk = 74 mm, a külső átmérője dk = 11,7 mm, a belső hossza lb = 73 mm, és a belső átmérője db = 10 mm. Milyen magas vízoszlopot kell a csőbe tölteni, hogy a búvár átlagsűrűsége megegyezzen a víz sűrűségével (ρv = 1 g/cm3)? A csőben levő levegő tömegéről se feledkezzünk meg! A levegő sűrűsége ρl = 0,0012 g/cm3.

lk

lb

h

lk – h

dk

db

Megoldás

A búvár átlagsűrűsége

 ρátl = $\frac{m\_{k} + m\_{víz} + m\_{levegő}}{V}$

mk = 5,59 g

mvíz = ρvíz Ab hvíz = ρvíz (db/2)2 π h,

behelyettesítve

mvíz = 1 g/cm3 ∙ (1,0/2)2 cm2 π ∙ h = 0,25 π ∙ h ≈ 0,7854 h [g] , ahol h cm-ben értendő.

mlevegő = ρlevegő Ab hlevegő = ρlevegő (db/2)2 π (lb–h),

behelyettesítve

mlevegő = 0,0012 g/cm3 ∙ (1,0/2)2 cm2 π ∙ (7,3–h) = 2,19∙10–3 π – 3∙10–4 π ∙ h =

 ≈ 6,880 – 9,425∙10–4 h [g] (h cm-ben értendő).

V a búvár teljes térfogata, az üvegcső külső átmérőjével és hosszával számolt henger térfogata:

V = Ak lk = (dk/2)2 π lk,

behelyettesítve

V = (1,17/2)2 cm2 π ∙ 7,4 cm = 2,532465 π cm3 ≈ 7,956 cm3.

A búvár átlagsűrűsége megegyezik a víz sűrűségével:

ρátl = ρvíz : $\frac{m\_{k} + m\_{víz} + m\_{levegő}}{V}$ = ρvíz

→ mk + mvíz + mlevegő = ρvíz V

 mk + ρvíz (db/2)2 π h + ρlevegő (db/2)2 π (lb–h) = ρvíz (dk/2)2 π lk

(ρvíz – ρlevegő) (db/2)2 π h = ρvíz (dk/2)2 π lk – mk – ρlevegő (db/2)2 π lb

h = (ρvíz (dk/2)2 π lk – mk – ρlevegő (db/2)2 π lb) / ((ρvíz – ρlevegő) (db/2)2 π)

Behelyettesítve

h = (2,532465 π – 5,59 – 2,19∙10–3 π) / ((0,25 – 3∙10–4 ) π) ≈ 3,007 cm.

(A bezárt levegő tömege nélkül számolva 3,012 cm lenne.)

**3/3.** Cartesius-búvárt készítünk egy hengeres üvegcsőből, amelynek tömege mk = 5,59 g, külső hossza lk = 74 mm, a külső átmérője dk = 11,7 mm, a belső hossza lb = 73 mm, és a belső átmérője db = 10 mm. A palackot megnyomva megvárjuk, amíg a búvár lesüllyed a palack aljára, ekkor megszüntetjük a nyomást, aminek hatására az üvegcsőben levő vízoszlop hossza h = 2,25 cm-re csökken. A csőben levő levegő tömegét hanyagoljuk el. Milyen gyorsulással indul el a búvár fölfelé?

Megoldás

lk

lb

h

lb – h

db

dk

**Fg**

**Ffel**

A búvárra két erő hat: az Fg nehézségi erő lefelé, és a hidrosztatikai felhajtóerő felfelé:

mbúvár a = Ffel – Fg = Ffel – mbúvár g → a búvár gyorsulása a = Ffel / mbúvár – g .

A búvár tömege:

mbúvár = mk + mvíz = mk + ρvíz Vvíz = mk + ρvíz (db/2)2 π h;

behelyettesítve

mbúvár = 5,59 g + 1 g/cm3 ∙ (1,0 cm/2)2 ∙ π ∙ 2,25 cm = 7,357 g = 7,357∙10–3 kg;

a nehézségi erő

 Fg = 7,357∙10–3 kg ∙ 10 m/s2 = 7,357∙10–2 N.

A felhajtóerő:

 Ffel = ρvíz g Vbúvár = ρvíz g (dk/2)2 π lb,

behelyettesítve

 Ffel = 1000 kg/m3 ∙ 10 m/s2 ∙ (11,7∙10–3 m/2)2 π ∙ 74∙10–3 m = 7,956∙10–2 N.

Ffel > Fg → a búvár felfelé kezd gyorsulni,

a gyorsulása

a = Ffel / mbúvár – g = ρvíz (dk/2)2 π lb g / (mk + ρvíz (db/2)2 π h) – g,

behelyettesítve

 a = 7,956∙10–2 N / 7,357∙10–3 kg – 10 m/s2 = 0,8139 m/s2.

**3/4.** Egy 250 ml térfogatú műanyag palack aljából U alakú csövet vezetünk ki, amelynek a másik vége nyitott a légkörre, és a csőbe annyi vizet töltünk, hogy a palackhoz csatlakozó részen a vízszint a palack aljáig ér. A cső belső átmérője 5,5 mm. A palackba bezárt levegő nyomása és hőmérséklete kezdetben megegyezik a szobában levő levegőével, p0 = 105 Pa, T0 = 24 °C. Kézzel megmelegítve a palackot azt tapasztaljuk, hogy az U alakú cső két szárában levő vízszintek közötti különbség h = 6 cm. Mennyivel lett melegebb a palackban a levegő? Vegyük figyelembe a palackból az U alakú csőbe jutó levegő térfogatát is!

Megoldás

p0

h

p0

p0 , T0

h/2

h/2

p1 , T1

d

Adatok: d = 5,5 mm = 0,55 cm = 5,5∙10–3 m; h = 6 cm = 6∙10–2 m;

V0 = 250 ml = 250 cm3 = 2,5∙10–4 m3, p0 = 105 Pa, T0 = 24 °C = 297 K.

Mivel kezdetben a palackba zárt levegő nyomása megegyezett a külső légnyomással, ezért az U alakú cső két szárában a vízoszlop magassága megegyezett.

A melegítés után a bezárt levegő térfogata megnőtt annyival, amennyi levegő a csőbe jutott:

 ΔV = A (h/2) = (d/2)2 π (h/2) = (0,55/2)2 π ∙ 3 = 0,7127 cm3 = 7,127∙10–7 m3,

tehát

 V1 = (250 + 0,7127) cm3 = 250,7127 cm3 = 2,507127∙10–4 m3.

A bezárt levegő p1 nyomását a levegőoszlop aljára felírt egyensúlyból tudjuk kiszámolni:

 p1 = p0 + ρvíz g h = 105 Pa + 103 kg/m3 ∙ 10 m/s2 ∙ 0,06 m = 100600 Pa.

Ez az állapotváltozás nem izobár, mert változott a gáz nyomása, és nem izochor, mert változott a gáz térfogata is. Írjuk fel a gáztörvényt a kiinduló és a végállapotra:

 p0 V0 = nR T0 ill. p1 V1 = nR T1.

Mivel n nem változik, ezért most pV/T = konst.

A két egyenlet hányadosából kifejezhetjük a T1 hőmérsékletet:

 T1 = $\frac{p\_{1}V\_{1}}{p\_{0}V\_{0}}$ T0 = $\frac{100600∙250,7127}{100000∙250}$∙297 = 299,634 K.

ΔT = T1 – T0 = 299,634 – 297 = 2,634 K = 2,634 °C-kal lett melegebb a levegő a palackban.

**3/5.** Egy 1 l térfogatú műanyag palackot lezárunk egy lufival, majd először betesszük a hűtőszekrénybe, ahol lehűl +4 °C-ra, utána pedig felmelegítjük 32 °C-ra. Azt látjuk, hogy a lufi ugyanannyival húzódott be a palackba a hűtőszekrényben, mint amennyire felfúvódott a melegítéskor. Izobár állapotváltozást feltételezve számoljuk ki, hogy hány fokos volt kezdetben a palackba zárt levegő!

Megoldás

T0 ismeretlen;

T1 = 4 °C = 277 K;

T2 = 32 °C = 305 K;

V0 = 1 l = 1000 cm3 = 10–3 m3.

V1 = V0 – ΔV;

V2 = V0 + ΔV.

Izobár állapotváltozást feltételezve V / T = konst.:

 V0 / T0 = V1 / T1 = V2 / T2

 → V1 = $\frac{T\_{1}}{T\_{0}}$ V0 és V2 = $\frac{T\_{2}}{T\_{0}}$ V0 .

Adjuk össze a két egyenletet:

V1 + V2 = $\frac{T\_{1}+T\_{2}}{T\_{0}}$ V0 ,

ebből

 T0 = $\frac{V\_{0}}{V\_{1}+V\_{2}}$ (T1 + T2).

Mivel a térfogatcsökkenés ugyanakkora volt, mint a térfogatnövekedés, ezért

V1 + V2 = V0 – ΔV + V0 + ΔV = 2V0 , ezt beírva

T0 = $\frac{T\_{1}+T\_{2}}{2}$

azt kapjuk, hogy a kezdeti hőmérséklet a két hőmérséklet átlaga.

V

T

V2

V0

V1

T1

T0

T2

Ezt beláthatjuk abból is, hogy mivel a V – T diagramon az izobár folyamat egy egyenes, ezért ha a ΔV megegyezett a hűtéskor ill. a melegítéskor, akkor ΔT is meg kellett egyezzen.

Behelyettesítve

 T0 = (277+305)/2 = 291 K = 18 °C.