ISMÉTLÉS: Felvesszük az *x* tengelyt, ezzel meghatározzuk, hogy melyik a pozitív irány, és az azzal megegyező irányú sebességek pozitívak, az ellentétesek negatívak.

x

0

7,5 km

vfolyó

vcsónak < 0

vcsónak > 0

1⋅ ( – *v*cs + vf ) + 0,5 ⋅( + *v*f ) + *t* \*⋅ ( + *v*cs + *v*f ) = 7,5 [km]

EGYENES VONALÚ EGYENLETES MOZGÁS v = konst.

x = x0 + v ∙ t

Írjuk fel a feladatra az x(t) függvényt!

km-rel és h-val írjuk fel

Tudjuk, hogy vf = 3 km/h, t\* = 1 h, vcs = tetszőleges [km/h]

1. szakasz

x(t) = x01 + v1 ∙ t

x01 = 0 , v1 = vf – vcs

x(t) = 0 + (vf – vcs)∙t = (3 – vcs)∙t

a végére t = 1 h → x(1) = 0 + (3 – vcs)∙1 = 3 – vcs

x(1) = 3 – vcs : ránézésre „ x = … v ” nem lehetne igaz ( hely ≠ sebesség ! ),

de ez a képlet most csak a nagyságokat jelenti.

A képleteket most a mértékegységek nélkül írtuk fel, mert úgy értjük a mennyiségeket, hogy a hely km-ben, az idő h-ban, a sebesség km/h-ban van, és így most csak a számértékek szerepelnek a képletekben.

A képlet a mértékegységekkel együtt:

x(1) = 0 km + (3 km/h – vcs km/h )∙1 h = 0 km + 3 km/h ∙1 h – vcs km/h ∙1 h =

= 3 km – vcs km az x -nek km-ben kell lenni!

A képletben szereplő műveleteket elvégezhetjük a mértékegységekkel is:

mértékegység

összeadás: km/h + km/h = km/h

nem lehet: 5 km/h + 3 m/s = ?!?

át kell váltani! 3 m/s → … km/h (vagy fordítva);

szorzás: km/h∙ h = km

nem lehet: 3 km/h ∙ 10 s = ??? át kell váltani! 10 s → … h

pl. vcs = 4 km/h: x(t) = 0 km + (3 km/h – 4 km/h)∙ t h = –1 km/h ∙ t h = –t km

t = 1 h múlva x(1) = –1 km

2. szakasz

x(t) = x02 + v2 ∙ t2

x02 = x(1) = 3 – vcs, v2 = vf = 3 km/h, t2 = t–1

x(t) = (3 – vcs) + 3 ∙ (t–1) = 3 – vcs + 3 ∙ t – 3 = 3 ∙ t – vcs

a végére t = 1,5 h (t2 = 0,5 h) → x(1,5) = 3 ∙ 1,5 – vcs = 4,5 – vcs

3. szakasz

x(t) = x03 + v3 ∙ t3

x03 = x(1,5) = 4,5 – vcs , v3 = vf + vcs = 3 + vcs , t3 = t–1,5

x(t) = (4,5 – vcs) + (vf + vcs)∙(t – 1,5) =

= 4,5 – vcs + (3 + vcs)∙(t – 1,5) = 4,5 – vcs + 3 ∙ t + vcs ∙ t – 3∙1,5 – 1,5 vcs =

= 3 ∙ t + vcs ∙ t – 2,5 vcs = 3 ∙ t + vcs ∙ (t – 2,5) = (3 + vcs )∙ t – 2,5 vcs

a végére t = 2,5 h (t3 = 1 h) → x(2,5) = 3 ∙ 2,5 + vcs ∙ (2,5 – 2,5) = 7,5 km

Rajzoljuk meg konkrét csónaksebességekkel az *x* – *t* diagramot!

Felhasználjuk, hogy vfolyó = 3 km/h, t\* = 1 h.

Legyen pl. vcs = 4 km/h; 4,5 km/h; 5 km/h.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 4 km/h | 4,5 km/h | 5 km/h |
| 1. óra után | – 1 km-nél | – 1,5 km-nél | – 2 km-nél |
| javítás alatt | + 1,5 km | + 1,5 km | + 1,5 km |
| javítás után | + 0,5 km-nél | 0 km-nél | – 0,5 km-nél |
| utolsó óra alatt | + 7 km | + 7,5 km | + 8 km |
| végül | + 7,5 km-nél | + 7,5 km-nél | + 7,5 km-nél |

*t* [h]

*x* [km]

Hogyan tudunk az *x* – *t* diagram alapján (a feladatot elfelejtve) sebességet számolni?

Ahol szakaszonként egyenletes mozgásról van szó: v = s/t,

de az egyes szakaszokon az utat és az időt is a kezdő- és végpontból számoljuk

→ v = Δx / Δt.

Pl. vcs = 4 km/h esetén a csónak sebessége a parthoz képest

az első órában: vcs,p,4,1 = Δx / Δt = ( –1 – 0 ) / ( 1 – 0 ) = – 1 km/h

a középső szakaszban: vcs,p,4,2 = … = ( 0,5 – (–1) ) / ( 1,5 – 1) = 1,5/0,5 = 3 km/h

az utolsó szakaszban: vcs,p,4,3 = … = ( 7,5 – 0,5 ) / ( 2,5 – 1,5 ) = 7/1 = 7 km/h

De számolhatunk más időintervallumra is:

a teljes időre (mindhárom szakasz összege): vcs,p,4,össz = (7,5 – 0) / (2,5 – 0) = 3 km/h

vagy az első 1,5 h-ra: v….. = (0,5 – 0) / (1,5 – 0) = 1/3 km/h

vagy a második 1,5 h-ra: v… = (7,5 – (–1) ) / (2,5 – 1) = 8,5/1,5 = 5,67 km/h

Amit így számolunk, az ÁTLAGSEBESSÉG!

Átlagsebesség: vátl = Δx / Δt

**Δ: mindig a végpontból vonjuk ki a kezdőpontot!**

Δx = xvég – xkezdő

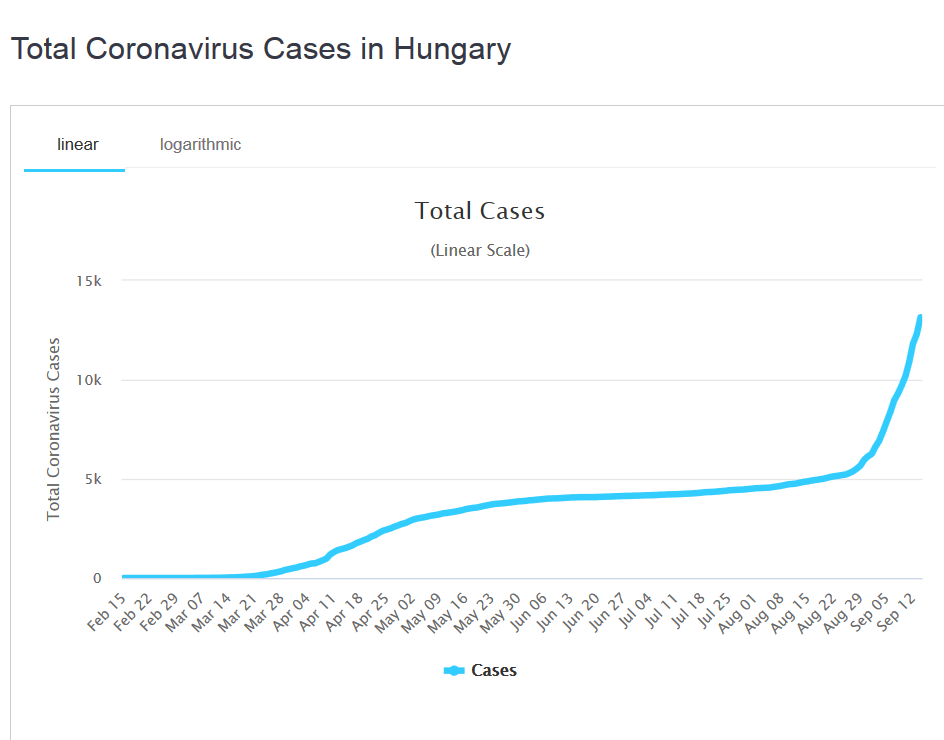
Átlagsebesség: az a konstans sebességérték, ami az adott időintervallum alatt ugyanakkora elmozdulást hoz létre, mint az időben változó sebesség.

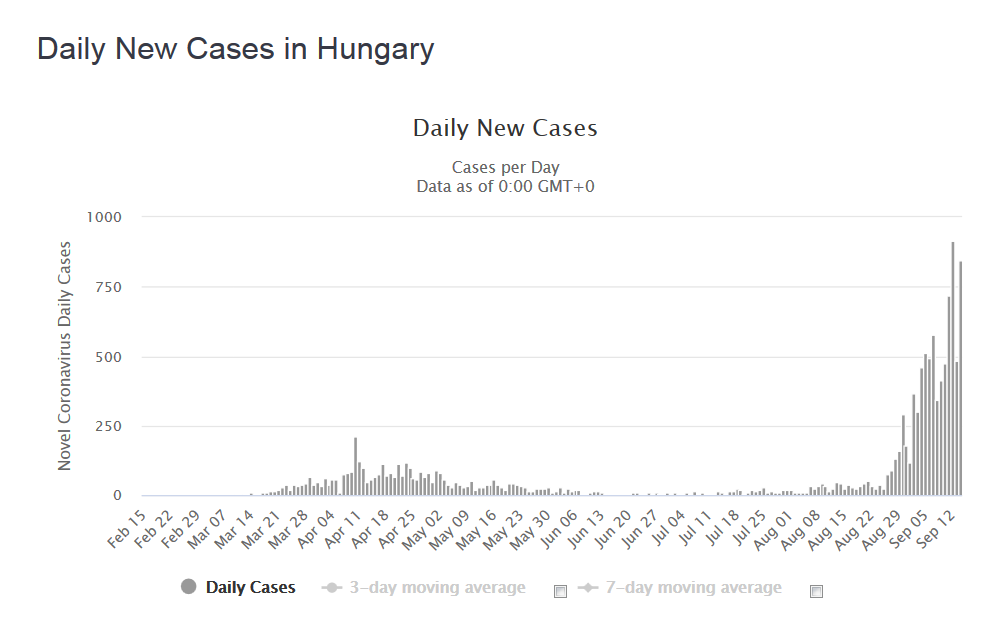
Pozitív, ha a végpont *x* koordinátája nagyobb a kezdőpont *x* koordinátájánál, vagyis növekvő *x* értékek irányába mozdult el a test; ill. negatív, ha csökkenő *x* értékek irányába mozdul el. Ha a mozgás végpontjaként a test visszaérkezik a kiindulópontba, akkor *v*ált = 0.

x(t) függvény → v(t) függvény:

*t* [h]

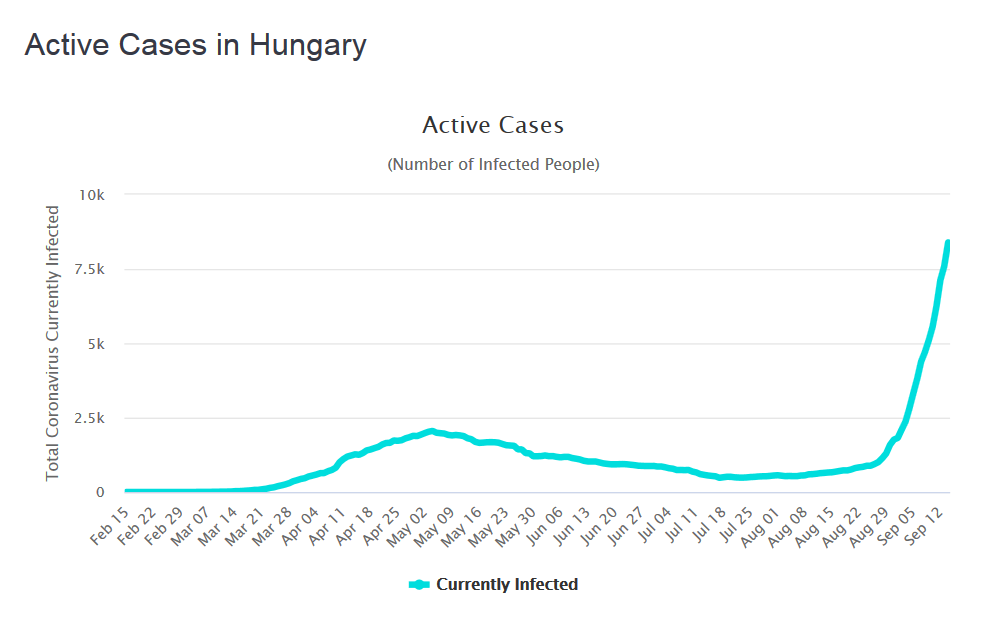
*v* [km/h]





A „napi új esetek száma” a deriváltja az „összes esetek számának”,

az „összes esetek száma” az integrálja a „napi új esetek számának”.



A gyógyultak száma (diagram nélkül) negatív érték a fertőzöttek növekedése szempontjából, az „aktív esetek száma” diagram ezért csökkenő is lehet.

Deriválás (függvényhez függvényt rendel):

A derivált függvény azt mutatja, hogy az eredeti függvény éppen mennyire változik. Növekedés → a derivált pozitív;

csökkenés → a derivált negatív;

állandó → a derivált zérus.

Az eredeti függvényhez húzott érintő meredeksége lesz a derivált függvény értéke minden pillanatban.

Integrálás:

Az integrál függvény értéke attól függ, hogy az eredeti, a pillanatnyi változási sebességet mutató függvény hatására mekkora változás jött létre egy bizonyos idő alatt, és hogy milyen értékről indult ez a változás.

Pozitív érték → nő az integrál;

negatív érték → csökken az integrál;

zérus → nem változik az integrál.

A függvény alatti területtel nő az integrál függvény értéke (a terület negatív is lehet).

JÁTÉK:

általunk megrajzolt függvényhez megrajzolja a derivált ill. integrál függvényt:

<https://phet.colorado.edu/sims/calculus-grapher/calculus-grapher_hu.html>

A *v*(*t*) sebességet az *x*(*t*) helykoordináta deriváltja.