ELMÉLET

Az SI rendszer alapmennyiségei. Síkszög, térszög. Prefixumok.

Adatok: fénysebesség; a Föld sugara; a Nap-Föld távolság; a Föld-Hold távolság; a Föld és a Hold keringési ideje.

Fogalmak, definíciók: kinematika, dinamika, helyvektor, pálya, út, elmozdulás, vonatkoztatási rendszer, sebesség, gyorsulás, homogén, stacionárius, determinisztikus, inerciarendszer, erő, tömeg, mozgásegyenlet, súly, körfrekvencia, frekvencia, amplitúdó, szögsebesség, szöggyorsulás, rezonancia.

Vektorok: Műveletek vektorokkal. Vektor felbontása adott irányú komponensekre.
Egységvektor. Skalárszorzat.
Koordinátarendszerek: Descartes-koordinátarendszer, síkbeli polárkoordináta-rendszer.
A differenciálás és integrálás grafikus jelentése: iránytangens, görbe alatti terület.

Tömegpont kinematikája
Tömegpont mozgásának leírása: helyvektor, pálya, út, elmozdulásvektor (rajzok).
Átlagsebesség, pillanatnyi sebesség; gyorsulás. A sebességvektor iránya, nagysága. A gyorsulásvektor felbontása a sebességvektorral párhuzamos és arra merőleges komponensekre, és a komponensek jelentése.
Egyenes vonalú mozgás; egyenletes mozgás, egyenletesen változó mozgás.
Harmonikus rezgőmozgás. Periódusidő, frekvencia, körfrekvencia, amplitúdó.

Tömegpont dinamikája
A mechanika axiómái. Inerciarendszer.
Erő, tömeg. Dinamikai és sztatikai erő- és tömegmérés.
Mozgásegyenlet; mi a megoldása; kezdeti feltételek.
Erőtörvények: földi nehézségi erő, általános gravitációs erő, csúszási és tapadási súrlódási erő, kényszererők (felület, kötél, rúd), rugóerő, közegellenállási erő.
A „g” származtatása az általános gravitációs erőből; értékének függése a földrajzi szélességi fokoktól, és a földfelszín feletti magasságtól.
Kepler-törvények.
Mozgás homogén erőtérben: ferde hajítás. A hajítás pályája, magassága, távolsága.
Csillapítatlan rezgőmozgás vízszintes és függőleges helyzetű rugóval.
Csillapított rezgőmozgás, gerjesztett rezgőmozgás, rezonancia.
Rugók soros és párhuzamos toldása.
Tangenciális és centripetális gyorsulás; körmozgás dinamikája.

A továbbiakban régi zárthelyik következnek (ezek kinn voltak eddig is a honlapon), és némelyiknek a megoldása is (a többinek sajnos nincs begépelve a megoldása).
Amit nem kell még tudni, az szürke háttérrel van színezve.

Fizika K1A zh1 2010. nov. 10.

1. Ismertesse az alábbi erőtörvényeket: 9 pont

	milyen kölcsönhatás esetén lép fel	nagysága	iránya
általános tömegvonzási erő			
lineáris rugalmas erő			
közegellenállási erő			

2. Mit jelentenek az alábbi mennyiségek, fogalmak? 5×2 pont

- helyvektor
- mozgásegyenlet
- skaláris szorzat
- tömeg
- stacionárius

3. Melyik válasz helyes? Indokolja a válaszát! 3×2 pont

A. A sebességnek ill. a gyorsulásnak lehet-e a pályára merőleges komponense?
a) csak a sebességnek lehet b) csak a gyorsulásnak lehet c) mindkettőnek lehet

B. α hajlásszögű lejtőre m tömegű testet teszünk, a test és a lejtő közötti súrlódási együttható μ. A testet F erővel kell húzni a lejtővel párhuzamosan ahhoz, hogy a sebessége állandó legyen. Ha a testet ugyanekkora erővel most nem a lejtővel párhuzamosan húzzuk, hanem vízszintes erővel toljuk felfelé a lejtőn, akkor hogyan változik a súrlódási erő?
a) nem változik b) nő c) csökken

C. Egy fekete meg egy fehér kocsi versenyez egymással. A színétől eltekintve a két autó egyforma. Mindkét autó 60 km/h-ról 120 km/h-ra gyorsít fel 5 s alatt. A fekete autó egyenes úton haladt, a fehér pedig egy 60 m sugarú köríven. Egyforma volt a két autó gyorsulása?
a) igen b) nem, a feketéé nagyobb volt c) nem, a fehéré nagyobb volt

4. Egy személyautóval három különböző gyorsaságpróbát végeztek.
a) Az autó álló helyzetből indulva 19,3 s alatt érte el a 80 km/h sebességet.
b) Álló helyzetből indulva egyenletes gyorsulással 24,5 s alatt tett meg 400 m távolságot.
c) 15 s alatt növelte sebességét 60 km/h-ról 90 km/h-ra.
Mennyi volt az átlagos gyorsulás egy-egy kísérletben? 6 pont

5. 3,75 m magasról függőlegesen felfelé eldobtunk egy 0,6 kg tömegű követ. 0,8 s múlva a kő lefelé esik 3 m/s sebességgel.
a) Mekkora volt a kő kezdősebessége?
b) Milyen magasan van 0,8 s-mal a feldobása után?

c) Milyen maximális magasságot ér el?
d) Mikor ér földet?
e) Mennyi a sebessége földetéréskor? 10 pont

6. Pistinek van két egyforma rugója. Ha egyenként a plafonhoz rögzíti a végüket, akkor a bakancsát ráakasztva 16 cm-rel nyúlik meg egyik ill. másik rugó is. Utána a két rugót sorosan köti (az egyiket a plafonhoz, a másikat az első végéhez rögzíti), és mindkét bakancsát ráakasztja. Mennyire nyúlik meg összesen a két rugó? 5 pont

7. Függőlegesen fellógatunk egy l_0 = 46 cm hosszú, k = 16 N/m rugóállandójú rugót, a végére akasztunk egy m = 0,2 kg tömegű testet, majd meghúzzuk úgy, hogy a test a rugó felső rögzítési pontjától 64 cm-re legyen, és ott elengedjük a testet. Mekkora lesz a létrejövő rezgés periódusideje, amplitúdója, és a test maximális sebessége? 10 pont

8. A lejtőre helyezett m tömegű testet egy kötéllel tartjuk függőleges irányú $F_k = ½\ mg$ erővel. A testre tapadási súrlódási erő is hat, így nem kezd el csúszni. Szerkesszük meg a testre a lejtő által kifejtett nyomóerőt és a tapadási súrlódási erőt! 4 pont

Fizika K1A zh1 megoldások 2010. nov. 10.

1. Ismertesse az alábbi erőtörvényeket: 9 pont

	milyen kölcsönhatás esetén lép fel	nagysága	iránya
általános tömegvonzási erő	*bármely két test között fellép*	$F = \gamma M_1 M_2/r^2$ γ: *univerzális állandó* M_1, M_2: *tömegek* *r: a két test (tömeg-középpontjának) távolsága*	*vonzóerő a másik test felé*
lineáris rugalmas erő	*lineáris rugalmas test –pl. rugó– által a két végpontján kifejtett erő*	$F = -k\,x$ *k: rugóállandó* *x: megnyúlás* $(x = l - l_0)$	*a megnyúlással ellentétes irányú, a nyugalmi hossz felé mutat*
közegellenállási erő	*folyadékban, gázban mozgó testre ható erő*	*a test és a közeg relatív sebességétől függ, kis v esetén lineáris, nagy v esetén négyzetes közelítéssel élünk*	*a sebességgel ellentétes irányú*

2. Mit jelentenek az alábbi mennyiségek, fogalmak? 5×2 pont

- helyvektor: *az origóból az adott (tömeg)pontba mutató vektor*
- mozgásegyenlet: $m\ddot{\mathbf{r}}=\mathbf{F}(\mathbf{r},\mathbf{v},t)$, *az a differenciálegyenlet, aminek megoldásaként megkapjuk a test* $\mathbf{r}(t)$ *mozgásfüggvényét (úgy írjuk fel, hogy Newton II. axiómájába behelyettesítjük az erőket, és a gyorsulást a helyvektor második deriváltjaként írjuk fel)*
- skaláris szorzat: *két vektort úgy szorzunk össze, hogy eredményül skalárt kapjunk; a skaláris szorzat értéke a két vektor hosszának és a közbezárt szög koszinuszának szorzata*
- tömeg: *a test tehetetlenségének mértéke*
- stacionárius: *időben állandó*

3. Melyik válasz helyes? Indokolja a válaszát! 3×2 pont

A. A sebességnek ill. a gyorsulásnak lehet-e a pályára merőleges komponense?

a) csak a sebességnek lehet **b) csak a gyorsulásnak lehet** c) mindkettőnek lehet

A sebesség mindig érintő irányú, tehát annak nincs a pályára merőleges komponense, a gyorsulásnak pedig lehet mindkettő: az érintő irányú komponens a sebesség nagyságának változását, az arra merőleges pedig a sebesség irányának változását okozza

B. α hajlásszögű lejtőre m tömegű testet teszünk, a test és a lejtő közötti súrlódási együttható μ. A testet F erővel kell húzni a lejtővel párhuzamosan ahhoz, hogy a sebessége állandó legyen. Ha a testet ugyanekkora erővel most nem a lejtővel párhuzamosan húzzuk, hanem vízszintes erővel toljuk felfelé a lejtőn, akkor hogyan változik a súrlódási erő?

a) nem változik **b) nő** c) csökken

A súrlódási erő a lejtő által a testre kifejtett nyomóerő konstansszorosa, és abban az esetben, ha a testet vízszintes erővel toljuk felfelé a lejtőn, a tolóerő lejtőre merőleges komponense miatt nagyobb lesz a lejtő által a testre kifejtett nyomóerő

C. Egy fekete meg egy fehér kocsi versenyez egymással. A színétől eltekintve a két autó egyforma. Mindkét autó 60 km/h-ról 120 km/h-ra gyorsít fel 5 s alatt. A fekete autó egyenes úton haladt, a fehér pedig egy 60 m sugarú köríven. Egyforma volt a két autó gyorsulása?

a) igen b) nem, a feketéé nagyobb volt **c) nem, a fehéré nagyobb volt**

A két autó sebessége nagyságának változását okozó gyorsulása megegyezik (a_t), de a fehér autó gyorsulásának van egy erre merőleges gyorsuláskomponense is (a_{cp}), ami a sebesség irányának változását okozza, tehát az ő gyorsulása nagyobb ($a = \sqrt{{a_t}^2 + {a_{cp}}^2} > a_t$)

4. Egy személyautóval három különböző gyorsaságpróbát végeztek.
Mennyi volt az átlagos gyorsulás egy-egy kísérletben? 6 pont

a) Az autó álló helyzetből indulva 19,3 s alatt érte el a 80 km/h sebességet.
$a = \Delta v / \Delta t = (80/3{,}6)\text{m/s} / 19{,}3\text{ s} \approx 1{,}15\text{ m/s}^2$

b) Álló helyzetből indulva egyenletes gyorsulással 24,5 s alatt tett meg 400 m távolságot.
$s = ½ at^2 \rightarrow a = 2s/t^2 = 2\cdot 400/24{,}5^2 \approx 1{,}33\text{ m/s}^2$

c) 15 s alatt növelte sebességét 60 km/h-ról 90 km/h-ra.
$a = \Delta v / \Delta t = ((90-60)/3{,}6)\text{m/s} / 15\text{ s} \approx 0{,}56\text{ m/s}^2$

5. 3,75 m magasról függőlegesen felfelé eldobtunk egy 0,6 kg tömegű követ. 0,8 s múlva a kő lefelé esik 3 m/s sebességgel. 10 pont

a) Mekkora volt a kő kezdősebessége?
$v = v_0 - gt$, $v = -3$ m/s *(mert lefelé mozog)* $\rightarrow$ $v_0 = v+gt = -3+10\cdot 0{,}8 = 5\text{ m/s}$

b) Milyen magasan van 0,8 s-mal a feldobása után?
$z = z_0 + v_0 t - ½gt^2 = 3{,}75 + 5\cdot 0{,}8 - ½\cdot 10\cdot 0{,}8^2 = 4{,}55\text{ m}$

c) Milyen maximális magasságot ér el?
$z_{max} = z_0 + v_0^2/2g = 3{,}75 + 5^2/(2\cdot 10) = 5\text{ m}$

d) Mikor ér földet?
a $z = z_0 + v_0 t - ½gt^2 = 3{,}75 + 5t - ½\cdot 10t^2 = 0$ *(másodfokú) egyenlet megoldásából* $t = 1{,}5$ s

e) Mennyi a sebessége földetéréskor?
$v(1{,}5) = v_0 - gt = 5 - 10\cdot 1{,}5 = -10\text{ m/s}$, *azaz 10 m/s lefelé*

6. Pistinek van két egyforma rugója. Ha egyenként a plafonhoz rögzíti a végüket, akkor a bakancsát ráakasztva 16 cm-rel nyúlik meg egyik ill. másik rugó is. Utána a két rugót sorosan köti (az egyiket a plafonhoz, a másikat az első végéhez rögzíti), és mindkét bakancsát ráakasztja. Mennyire nyúlik meg összesen a két rugó? 5 pont

MO*. Egy rugó egy bakancs hatására 16 cm-t nyúlik meg, két bakancs hatására 32 cm-t; a két rugó egyforma, mindkét rugó megnyúlik 32 cm-t, tehát a két rugó összesen 64 cm-t nyúlik meg.*

Vagy: egy rugó megnyúlása egy bakancs hatására $\Delta l = m_{bakancs} \cdot g / k$.
a két sorosan kötött rugó összes megnyúlása $\Delta l_{össz} = m_{össz} \cdot g / k_{eredő}$.
$m_{össz} = 2m_{bakancs}$, $k_{eredő} = ½\ k$, mivel a két rugó sorosan van kötve,
tehát $\Delta l_{össz} = 2m_{bakancs} \cdot g / (½\ k) = 4\ (m_{bakancs} \cdot g / k) = 4 \cdot \Delta l = 64$ cm

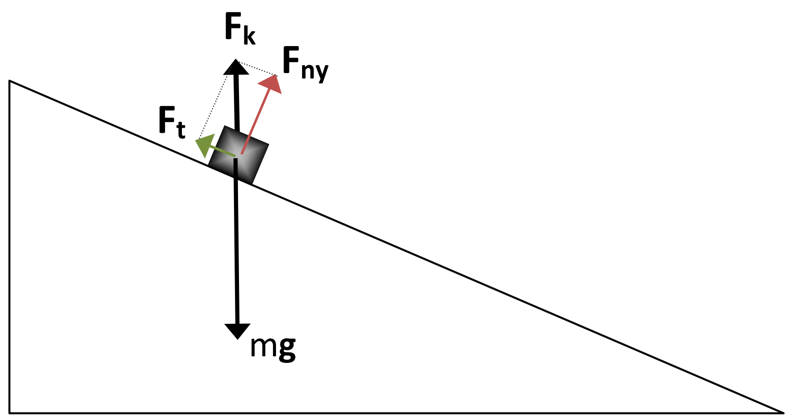
7. Függőlegesen fellógatunk egy l_0 = 46 cm hosszú, k = 16 N/m rugóállandójú rugót, a végére akasztunk egy m = 0,2 kg tömegű testet, majd meghúzzuk úgy, hogy a test a rugó felső rögzítési pontjától 64 cm-re legyen és ott elengedjük a testet. Mekkora lesz a létrejövő rezgés periódusideje, amplitúdója, és a test maximális sebessége? 10 pont

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{16\ N/m}{0{,}2\ kg}} \approx 8{,}94\ s^{-1}$, $T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 0{,}7\ s$

Ha a rugó végére akasztjuk a testet, a rugó megnyúlik $\Delta l = mg/k = 0{,}2 \cdot 10/16 = 0{,}125$ m-t, tehát a rezgés egyensúlyi helyzete $l_0 + \Delta l = 0{,}46+0{,}125 = 0{,}585$ m lesz; mi 0,64 m-re húztuk ki a rugót, tehát a rezgés amplitúdója $A = l - (l_0+\Delta l) = 0{,}055$ m= 5,5 cm lesz.
$v_{max} = A \cdot \omega = 0{,}055 \cdot 8{,}94 \approx 0{,}49$ m/s.

8. A lejtőre helyezett m tömegű testet egy kötéllel tartjuk függőleges irányú $F_k = ½\ mg$ erővel. A testre tapadási súrlódási erő is hat, így nem kezd el csúszni. Szerkesszük meg a testre a lejtő által kifejtett nyomóerőt és a tapadási súrlódási erőt! 4 pont

Ha a test nem kezd el csúszni, akkor az eredő erő zérus:
$m\boldsymbol{g} + \boldsymbol{F_k} + \boldsymbol{F_{ny}} + \boldsymbol{F_t} = m\boldsymbol{g} - ½\ m\boldsymbol{g} + \boldsymbol{F_{ny}} + \boldsymbol{F_t} = 0 \rightarrow \boldsymbol{F_{ny}} + \boldsymbol{F_t} = -½\ m\boldsymbol{g}$,
azaz a nyomóerő és a tapadási súrlódási erő eredője függőlegesen felfelé mutat és nagysága ½ mg, vagyis pont akkora, mint a kötélerő.
A testre a lejtő által kifejtett nyomóerő a lejtőre merőleges (a lejtőtől „elfelé” mutat), a tapadási súrlódási erő a lejtő síkjában hat (felfelé), a rajz tehát úgy néz ki, mintha a kötélerőt bontottuk volna fel lejtővel párhuzamos és lejtőre merőleges komponensekre.
(Az erők nagyságát is könnyen ki lehet számolni: $F_{ny} = ½\ mg \cos\alpha$, $F_t = ½\ mg \sin\alpha$.)



Fizika K1A zh1 2011. okt. 25.

1. a) Írjunk fel általánosan érvényes összefüggéseket a t, **r**, **v**, s fizikai mennyiségek között! Képletben és szöveggel is!
b) Írjunk fel olyan összefüggéseket a t, **r**, **v**, s között, amelyek valamely speciális esetben érvényesek, és adjuk meg azt is, hogy milyen esetre érvényesek! 10 p.

2. Töltse ki az alábbi táblázatot: 10 p.

	nagysága	iránya
súrlódási erő		
tapadási súrlódási erő		
rugóerő		
centripetális gyorsulás		

3. Mit jelent: 8 p.
elmozdulásvektor
inerciarendszer
homogén
erő

4. Eldobunk egy testet H = 6 m magasról $\mathbf{v_0} = 6\,\mathbf{i} + 4\,\mathbf{k}$ [m/s] kezdősebességgel.
Adjuk meg a sebességvektorát arra a pillanatra, amikor 3,6 m magasan van! $g \approx 10$ m/s^2
10 p.

5. Egy 2 kg tömegű tömegpont 8 m sugarú körpályán mozog, a sebessége 16 m/s, szöggyorsulása 5 s^{-2}. Készítsünk vázlatot, amelyen ábrázoljuk a test sebességét és gyorsulását, és írjuk fel a test gyorsulását polárkoordinátás alakban!
10 p.

6. Egy m = 5 kg tömegű testre 3 erő hat az x–y síkban:
$\mathbf{F_1} = -2\,\mathbf{i} + 5\,\mathbf{j}$ [N], $\mathbf{F_2} = 6\,\mathbf{i} - 7\,\mathbf{j}$ [N], $\mathbf{F_3}$ ismeretlen.
A test gyorsulása $\mathbf{a} = -1{,}2\,\mathbf{j}$ [m/s^2].
Határozzuk meg az $\mathbf{F_3}$ erővektort és írjuk le azokat a Newton-axiómákat, amelyek a számítás egyes lépéseit indokolják! (rajz nem kell hozzá) 12 p.

Fizika K1A zh1 2011. okt. 25. megoldások

1. a) Írjunk fel általánosan érvényes összefüggéseket a t, **r**, **v**, s fizikai mennyiségek között! Képletben és szöveggel is!
b) Írjunk fel olyan összefüggéseket a t, **r**, **v**, s között, amelyek valamely speciális esetben érvényesek, és adjuk meg azt is, hogy milyen esetre érvényesek! 10 p.

MO.
a) $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$: a (pillanatnyi) sebesség a helyvektor idő szerinti deriváltja
$|\mathbf{v}| = \mathrm{v} = \dot{\mathrm{s}}$: a (pillanatnyi) sebesség nagysága az út idő szerinti deriváltja
$\mathbf{v}_{\text{átlag}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$: az átlagsebesség az elmozdulásvektor és az idő hányadosa
$v_{\text{átlag}} = s / t$: a sebesség nagyságának átlaga az út és az idő hányadosa
$s \geq |\Delta \mathbf{r}|$: a pálya két pontja között az út legalább akkora, mint az elmozdulásvektor hossza
b) például:
$s = v \cdot t$: állandó nagyságú sebesség esetén a megtett út a sebesség és az idő szorzata
$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{v} \cdot t$: állandó nagyságú és irányú sebesség esetén az elmozdulásvektor a sebességvektor és az idő szorzata
$s = v_{\text{átlag}} \cdot t$: egyenletesen változó mozgás esetén a megtett út a sebesség(nagyság) átlagának és az időnek a szorzata
$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{v}_{\text{átlag}} \cdot t$: egyenletesen változó mozgás esetén az elmozdulásvektor a sebességvektor átlagának és az időnek a szorzata

2. Töltse ki az alábbi táblázatot: 10 p.

	nagysága	iránya
súrlódási erő	$F_s = \mu F_{ny}$ μ: csúszási súrlódási tényező F_{ny}: nyomóerő a test és a felület között	a sebességgel ellentétes
tapadási súrlódási erő	akkora, amekkora erő el akarja mozdítani a testet, de max. $F_t = \mu_t F_{ny}$ lehet μ_t: tapadási súrlódási tényező F_{ny}: nyomóerő **	a testet elmozdítani akaró erővel ellentétes, a felülettel párhuzamos (**ha az erő nem az, akkor csak a felülettel párhuzamos komponens számít a nagyságnál is)
rugóerő	$F = k x$ k: rugóállandó x: a rugó megnyúlása	a rugó nyugalmi hossza felé mutat
centripetális gyorsulás	$a_{cp} = v^2/r = r \cdot \omega^2 = v\omega$ v: a test sebessége ω: a test szögsebessége r: a körpálya sugara	a körpálya középpontja felé mutat (sugárirányban befelé)

3. Mit jelent: 8 p.

elmozdulásvektor: $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1)$ a kezdő- és a végpont helyvektorának különbsége

inerciarendszer: olyan vonatkoztatási rendszer, amelyben érvényes Newton I. axiómája (azaz hogy a magukra hagyott testek sebessége állandó)

homogén: helytől nem függő

erő: a kölcsönhatás mértéke

4. Eldobunk egy testet H = 6 m magasról $\mathbf{v_0} = 6\,\mathbf{i} + 4\,\mathbf{k}$ [m/s] kezdősebességgel.
Adjuk meg a sebességvektorát arra a pillanatra, amikor 3,6 m magasan van! $g \approx 10\ m/s^2$

MO.

A kezdősebesség vektorából kiolvasható, hogy a kezdősebesség

- vízszintes komponense $v_{0x} = 6$ m/s; mivel a test vízszintes irányban nem gyorsul, így ez a sebességkomponens állandó;
- függőleges komponense $v_{0z} = 4$ m/s; mivel a test függőlegesen $a_z = g = -10\ m/s^2$ gyorsulással gyorsul (a gyorsulás negatív, mert a z tengely felfelé mutat), ezért $v_z = v_{0z} + at = 4 - 10t$.
  A kérdéses időt abból számoljuk ki, hogy ennyi idő alatt a test a z(0) = 6 m koordinátájú pontból a z(t) = 3,6 m koordinátájú pontba jutott: $3{,}6 = 6 + 4\cdot t - ½\cdot 10\cdot t^2 \rightarrow t = 1{,}2$ s
  Ezzel $v_z = 4 - 10\cdot 1{,}2 = -8$ m/s,
  a sebességvektor 3,6 m magasságban tehát $\mathbf{v} = 6\,\mathbf{i} - 8\,\mathbf{k}$ [m/s]

5. Egy 2 kg tömegű tömegpont 8 m sugarú körpályán mozog, a sebessége 16 m/s, szöggyorsulása 5 s^{-2}. Készítsünk vázlatot, amelyen ábrázoljuk a test sebességét és gyorsulását, és írjuk fel a test gyorsulását polárkoordinátás alakban!

MO. r = 8 m, v = 16 m/s, $\beta = 5\ s^{-2}$

A test körpályán mozog, tehát van centripetális gyorsulása, de közben változik a sebességének a nagysága is, mivel van szöggyorsulása. Polárkoordinátás alakban a gyorsulás

$\mathbf{a} = -a_{cp}\,\mathbf{e_r} + a_t\,\mathbf{e_\varphi} = -(v^2/r)\,\mathbf{e_r} + (r\cdot\beta)\,\mathbf{e_\varphi} = -(16^2/8)\,\mathbf{e_r} + (8\cdot 5)\,\mathbf{e_\varphi} = -32\,\mathbf{e_r} + 40\,\mathbf{e_\varphi}$ [m/s^2]

ÁBRA: a sebesség és az $\mathbf{a_t}$ tangenciális gyorsulás érintő irányúak (lehetnek akár egyirányúak, akár ellentétes irányúak), az $\mathbf{a_{cp}}$ centripetális gyorsulás sugárirányban befelé mutat, és
a test **a** gyorsulásvektora az $\mathbf{a_t}$ és az $\mathbf{a_{cp}}$ vektorok eredője.

6. Egy m = 5 kg tömegű testre 3 erő hat az x–y síkban:
$\mathbf{F_1}$ = N], $\mathbf{F_2} = 6\,\mathbf{i} - 7\,\mathbf{j}$ [N], $\mathbf{F_3}$ ismeretlen.
A test gyorsulása $\mathbf{a} = -1{,}2\,\mathbf{j}$ [m/s^2].
Határozzuk meg az $\mathbf{F_3}$ erővektort és írjuk le azokat a Newton-axiómákat, amelyek a számítás egyes lépéseit indokolják! (rajz nem kell hozzá) 12 p.

MO.

Newton II. axiómája: a test gyorsulása arányos a testre ható erővel: $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, az arányossági tényező a test tömege

tehát itt $\mathbf{F_e} = m\cdot\mathbf{a} = 5\cdot(-1{,}2\,\mathbf{j}) = -6\,\mathbf{j}$ [N]

Newton IV. axiómája: ha egy testre több erő hat, akkor azok vektori eredője határozza meg a test gyorsulását: $\mathbf{F_e} = \Sigma\,\mathbf{F_i}$

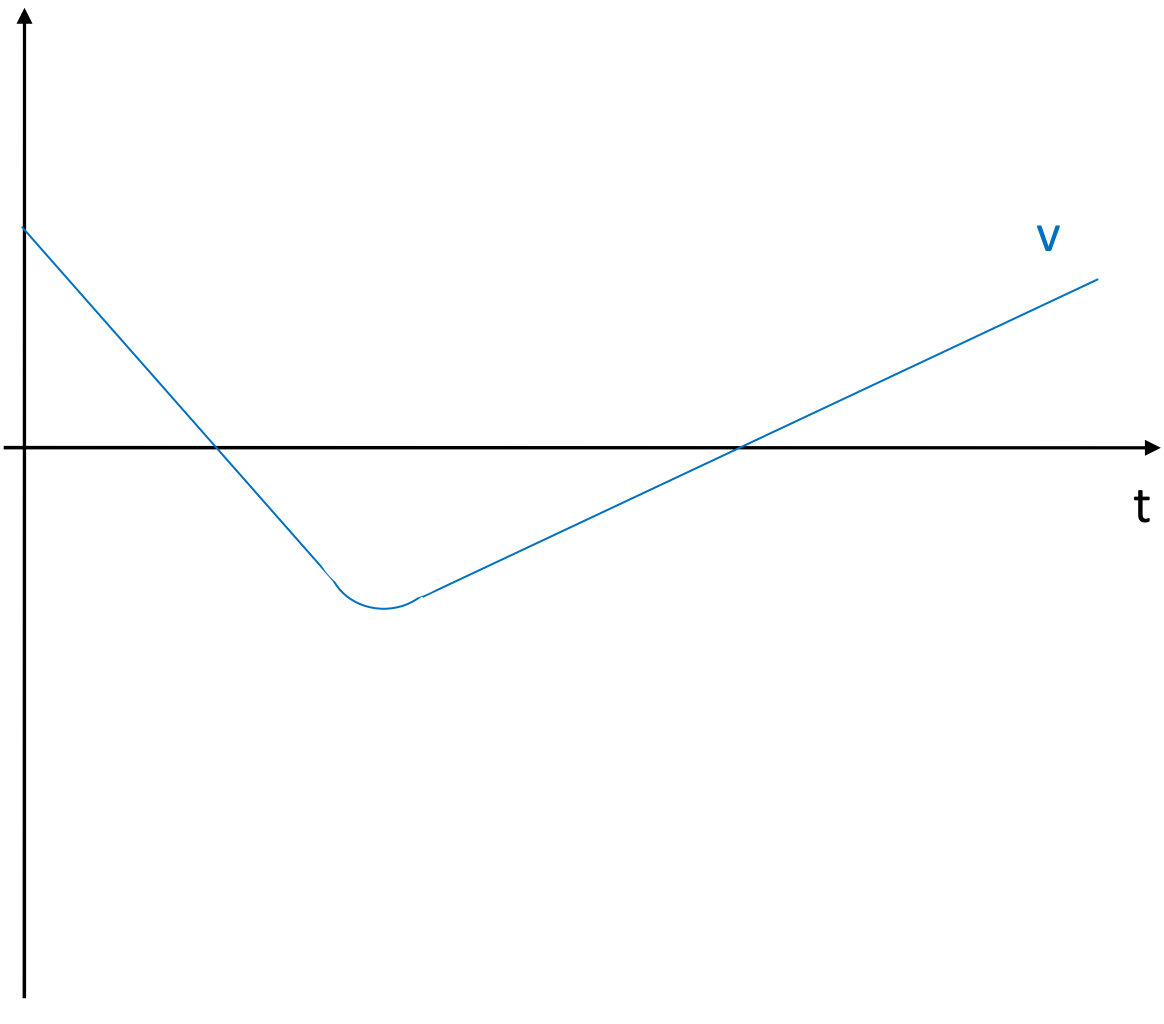
tehát itt $\mathbf{F_e} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2} + \mathbf{F_3}$,

$$-6\,\mathbf{j} = (-2\,\mathbf{i} + 5\,\mathbf{j}) + (6\,\mathbf{i} - 7\,\mathbf{j}) + (F_{3x}\,\mathbf{i} + F_{3y}\,\mathbf{j}) \quad\rightarrow\quad \mathbf{F_3} = -4\,\mathbf{i} - 4\,\mathbf{j}\ [N]$$

Fizika K1A zh1 2012. nov. 6.

1. Mi a különbség vonatkoztatási rendszer, koordinátarendszer és inerciarendszer között? **6 p.**

2. Az ábrán adott egy t = 0 időben az origóból induló, az x tengely mentén mozgó test sebessége az idő függvényében. Rajzoljuk be az ábrába a test x koordinátáját és a test gyorsulását! (Ezek léptéke tetszőleges lehet, de önmagukban legyenek arányosak.)
Mikor van a test legtávolabb az origótól? **7 p.**



3. Szabadon eső test sebessége egy pontban 5 m/s, egy másik pontban 8 m/s. Mekkora a két pont között a távolság? $g \approx 10\ m/s^2$ **5 p.**

4. Ha a Hold felszínén függőlegesen feldobunk egy 3 kg tömegű testet 10 m/s kezdősebességgel, az 30 m magasra emelkedik. Határozzuk meg a testre ható erőt
- emelkedés közben;
- 30 m magasan;
- esés közben! **6 p.**

5. Egy test sebessége egy adott pillanatban **v** = 3 **i** – 2 **j** + 5 **k** (m/s).
A testre két (állandó nagyságú) erő hat, az egyik $\mathbf{F_1}$ = – 4 **i** + 2 **k** (N),
a másik $\mathbf{F_2}$ = 2 **i** – 3 **j** + F_{2z} **k** (N).
Lehetséges-e, hogy az adott pillanatban a test sebességének nagysága nem változik? Ha nem, bizonyítsuk be, miért nem; ha igen, határozzuk meg F_{2z} értékét ennek megfelelően. **6 p.**

6. Anasztázia el akar tolni egy szekrényt. A súrlódási együtthatók a következők:

	padló - szekrény	padló - Anasztázia
tapadási	$\mu_{t,sz}$ = 0,5	$\mu_{t,A}$ = 0,7
csúszási	$\mu_{s,sz}$ = 0,3	$\mu_{s,A}$ = 0,4

A tömegek: Anasztázia m_A = 80 kg, szekrény m_{sz} = 100 kg. $g \approx 10\ m/s^2$

Anasztázia egyenletesen növeli az erőt, amivel próbálja a szekrényt eltolni.
a) – Mekkora erőnél fog megindulni a szekrény?
b) – Mekkora lesz a szekrény gyorsulása, ha Anasztázia továbbra is ugyanekkora erővel tolja a szekrényt?
c) – Mekkora erővel kell a szekrényt tolnia, hogy az egyenletesen csússzon?
d) Készítsünk vázlatos, de arányos rajzot a testekre (szekrény ill. Anasztázia) ható vízszintes irányú erőkről mindhárom esetre (azaz: a szekrény még nem mozdul meg, a szekrény gyorsulva csúszik, a szekrény egyenletesen csúszik).
e) Mondjuk egy-egy példát, hogy az egyes Newton-axiómákat hol alkalmazzuk a fenti feladatban!
f) Ha lefogyna Anasztázia 10 kg-ot, akkor is el tudná tolni a szekrényt? **14 p.**

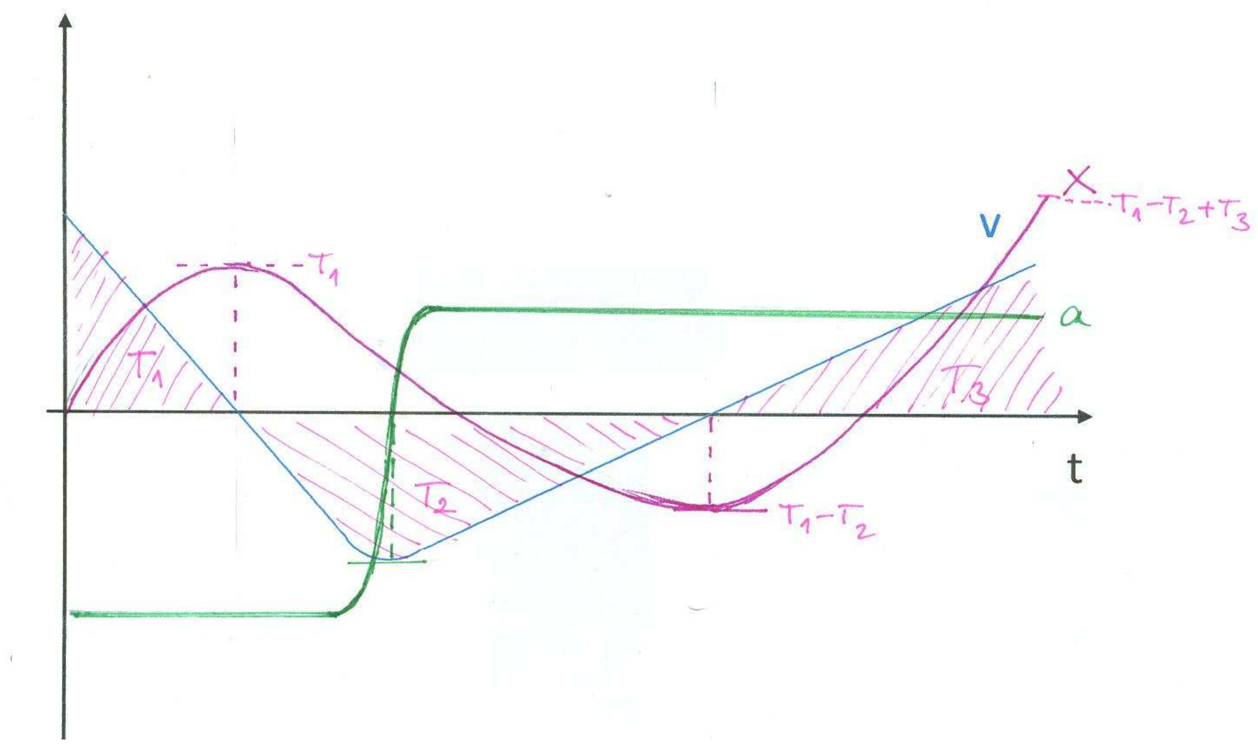
7. Igaz-e, hogy: <u>INDOKLÁSKÉNT PÁR SZAVAS MAGYARÁZATOT VAGY EGY KÉPLETET KÉRÜNK!</u>
a) – ha a vízszinteshez képest 45° alatt dobunk el egy testet vízszintes terepen, akkor a hajítás távolsága pont kétszerese a hajítás magasságának? **2 p.**
b) – ha egy test v_0 kezdősebességgel függőlegesen felhajítva t idő alatt h magasra jut, akkor $2v_0$ kezdősebességgel indítva 2t idő alatt 2h magasra jut? **2 p.**
c) – inerciarendszerben minden test sebessége időben állandó? **2 p.**
d) – a test gyorsulása és az eredő erő mindig azonos irányúak? **2 p.**
e) – sztatikai tömegméréshez kell az ismeretlen tömegűn kívül másik test is, de dinamikai tömegméréshez nem kell? **2 p.**
f) – ha a test gyorsulásának és sebességének iránya megegyezik, akkor a test sebességének nagysága nő? **2 p.**
g) – a rugóerő mindig negatív, tehát mindig lassítja a testet? **2 p.**
h) – ha két párhuzamos rezgés ellentétes fázisban találkozik, akkor kioltják egymást, vagyis az eredő amplitúdó zérus? **2 p.**

Fizika K1A   zh1 megoldás   2012. nov. 6.

1. Mi a különbség vonatkoztatási rendszer, koordinátarendszer és inerciarendszer között? **6 p.**

MO. A vonatkoztatási rendszer rögzítésével még csak azt mondjuk meg, hogy mihez képest adjuk meg a testek helyét, de a hely megadásának számszerűsítéséhez koordinátarendszert kell elhelyezni a vonatkoztatási rendszerhez kötötten. Egy vonatkoztatási rendszerhez végtelen sok koordinátarendszer rendelhető, amik eltérőek lehetnek típusukban (Descartes, polár, stb) ill. az origó helyében, az egységvektorok irányának megválasztásában; de az egymáshoz képest nyugvó koordinátarendszerek ugyanahhoz a vonatkoztatási rendszerhez tartoznak.
Az inerciarendszer olyan vonatkoztatási rendszer, amelyben teljesül Newton I. axiómája (azaz a magára hagyott test sebessége állandó).

2. Az ábrán adott egy t = 0 időben az origóból induló, az x tengely mentén mozgó test sebessége az idő függvényében. Rajzoljuk be az ábrába a test x koordinátáját és a test gyorsulását! (Ezek léptéke tetszőleges lehet, de önmagukban legyenek arányosak.)
Mikor van a test legtávolabb az origótól? **7 p.**



MO. Mivel az x(t) koordináta a v(t) integrálja, ezért az értéke az adott t-ben a v(t) alatti addigi területtel arányos (a t tengely alatti területek negatívak!), így a test legtávolabb az origótól vagy ott van, ahol v metszi a t tengelyt, vagy a legnagyobb időnél, attól függően, hogy pontosan mekkorák az értékek (itt egyébként a legnagyobb időnél).

3. Szabadon eső test sebessége egy pontban 5 m/s, egy másik pontban 8 m/s. Mekkora a két pont között a távolság? $g \approx 10\ m/s^2$ **5 p.**

MO. $v = gt$, $s = ½\ gt^2$
$v_1 = 5$ m/s -ot $t_1 = v_1/g = 5/10 = 0{,}5$ s alatt,
$v_2 = 8$ m/s -ot $t_2 = v_2/g = 8/10 = 0{,}8$ s alatt ér el a test.
t_1 idő alatt $s_1 = ½ \cdot 10 \cdot 0{,}5^2 = 1{,}25$ m utat,
t_2 idő alatt $s_2 = ½ \cdot 10 \cdot 0{,}8^2 = 3{,}2$ m utat tesz meg a test,
a két pont távolsága $d = 3{,}2 – 1{,}25 = 1{,}95$ m.
Vagy: $d = v_1(t_2–t_1) + ½\ g\ (t_2–t_1)^2 = 5 \cdot 0{,}3 + ½ \cdot 10 \cdot 0{,}3^2 = 1{,}5+0{,}45 = 1{,}95$ m.

4. Ha a Hold felszínén függőlegesen feldobunk egy 3 kg tömegű testet 10 m/s kezdősebességgel, az 30 m magasra emelkedik. Határozzuk meg a testre ható erőt
- emelkedés közben;
- 30 m magasan;
- esés közben! **6 p.**

MO. A test mozgása függőleges hajítás, mindvégig egyetlen erő hat rá: a Hold által kifejtett gravitációs erő, $F = m \cdot g_{Hold.}$ (A közegellenállás elhanyagolható, a Holdnak nincs légköre.)
g_{Hold} meghatározható abból, hogy a hajítás magassága $h = v_0^2 / (2g_{Hold})$, azaz
$g_{Hold} = v_0^2 /(2h) = 10^2 / (2 \cdot 30) = 5/3 \approx 1{,}67\ m/s^2$ (a földi érték egyhatoda),
a testre ható erő $F = 3 \cdot (5/3) = 5$ N mindhárom esetben.

5. Egy test sebessége egy adott pillanatban $\mathbf{v} = 3\ \mathbf{i} – 2\ \mathbf{j} + 5\ \mathbf{k}$ (m/s).
A testre két (állandó nagyságú) erő hat, az egyik $\mathbf{F_1} = – 4\ \mathbf{i} + 2\ \mathbf{k}$ (N),
a másik $\mathbf{F_2} = 2\ \mathbf{i} – 3\ \mathbf{j} + F_{2z}\ \mathbf{k}$ (N).
Lehetséges-e, hogy az adott pillanatban a test sebességének nagysága nem változik? Ha nem, bizonyítsuk be, miért nem; ha igen, határozzuk meg F_{2z} értékét ennek megfelelően. **6 p.**

MO. Kétféleképpen fordulhatna elő, hogy a test sebessége ne változzon:
1. A testre ható eredő erő zérus, tehát a test gyorsulása zérus. Ez most nem lehetséges, mivel
$\mathbf{F_e} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2} = (–4+2)\ \mathbf{i} + (0–3)\ \mathbf{j} + (2+F_{2z})\ \mathbf{k} = –2\ \mathbf{i} –3\ \mathbf{j} + (2+F_{2z})\ \mathbf{k} \neq \mathbf{0}$
2. A testre ható eredő erő nem zérus, tehát a test gyorsul, de a test gyorsulása merőleges a test sebességére, ezért annak nagysága nem változik, csak az iránya.
Ha $\mathbf{F_e}$ és $\mathbf{v}$ merőlegesek, akkor a skalárszorzatuk zérus:
$\mathbf{F_e} \cdot \mathbf{v} = (–2) \cdot 3 + (–3) \cdot (–2) + (2+F_{2z}) \cdot 5 = 0 \quad \rightarrow \quad F_{2z} = –2$ [N]

6. Anasztázia el akar tolni egy szekrényt. A súrlódási együtthatók a következők:

	padló - szekrény	padló - Anasztázia
tapadási	$\mu_{t,sz} = 0{,}5$	$\mu_{t,A} = 0{,}7$
csúszási	$\mu_{s,sz} = 0{,}3$	$\mu_{s,A} = 0{,}4$

A tömegek: Anasztázia $m_A = 80$ kg, szekrény $m_{sz} = 100$ kg. $g \approx 10$ m/s^2

Anasztázia egyenletesen növeli az erőt, amivel próbálja a szekrényt eltolni.

a) – Mekkora erőnél fog megindulni a szekrény?

b) – Mekkora lesz a szekrény gyorsulása, ha Anasztázia továbbra is ugyanekkora erővel tolja a szekrényt?

c) – Mekkora erővel kell a szekrényt tolnia, hogy az egyenletesen csússzon?

d) Készítsünk vázlatos, de arányos rajzot a testekre (szekrény ill. Anasztázia) ható vízszintes irányú erőkről mindhárom esetre (azaz: a szekrény még nem mozdul meg, a szekrény gyorsulva csúszik, a szekrény egyenletesen csúszik).

e) Mondjuk egy-egy példát, hogy az egyes Newton-axiómákat hol alkalmazzuk a fenti feladatban! f) Ha lefogyna Anasztázia 10 kg-ot, akkor is el tudná tolni a szekrényt? **14 p.**

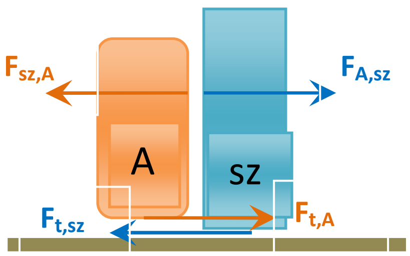
MO.

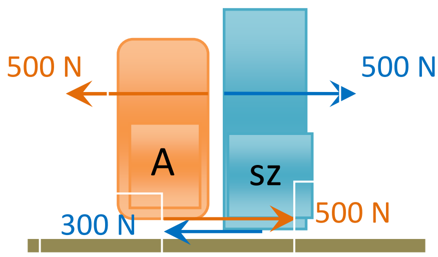
a) A szekrény akkor kezd el gyorsulni, amikor az Anasztázia által kifejtett F_A erő eléri a szekrény és a padló közötti tapadási súrlódási erő maximális értékét: $F_A = F_{t,sz}$,

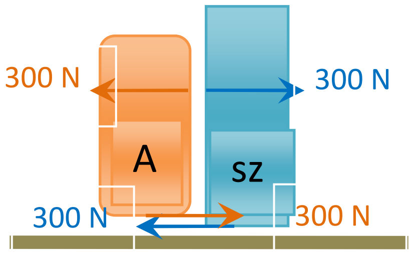
$F_{t,sz} \le \mu_{t,sz} m_{sz} g = 0{,}5 \cdot 100 \cdot 10 = 500$ N, tehát $F_A = 500$ N-nál indul meg a szekrény.

b) A szekrényt tolja Anasztázia $F_A = 500$ N erővel és fékezi a csúszási súrlódási erő: $F_{s,sz} = \mu_{s,sz} m_{sz} g = 0{,}3 \cdot 100 \cdot 10 = 300$ N, tehát $m_{sz} \cdot a = F_A - F_{s,sz} = 500 - 300 = 200$ N $\rightarrow$ $a = 200/100 = 2$ m/s^2.

c) A szekrény akkor csúszik egyenletesen, ha Anasztázia pont akkor erővel tolja, mint a szekrényre ható csúszási súrlódási erő, azaz 300 N-nal.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>$F_{A,sz}$: Anasztázia által a szekrényre kifejtett erő
$F_{sz,A}$: a szekrény által Anasztáziára kifejtett erő
$F_{t,sz}$: a szekrényre ható tapadási súrlódási erő
$F_{t,A}$: Anasztáziára ható tapadási súrlódási erő

A szekrény még nem mozdul meg:
az összes erő egyforma nagyságú,
a nagyságuk tetszőleges lehet 0 és 500 N között.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>A szekrény éppen megindul:
a szekrényt Anasztázia 500 N erővel tolja, és ő nem csúszik meg, a talpa és a padló között 500 N tapadá súrlódási erő lép fel;
a szekrényre viszont az 500 N tapadási súrlódási er helyett 300 N csúszási súrlódási erő hat, így az 500–300 = 200 N eredő erő gyorsítja.</td>
</tr>
</table>

	A szekrény állandó sebességgel csúszik: ehhez akkora erővel kell tolni Anasztáziának a szekrényt, mint amekkora a szekrényre ható csúszá súrlódási erő, vagyis 300 N-nal, így a szekrény nem gyorsul.

e) Newton I.: amikor a szekrény még nem mozdul meg, vagy amikor egyenletesen csúszik, a rá ható erők eredője zérus, így állandó (vagy zérus) a sebessége.
Newton II.: amikor Anasztázia nagyobb erővel tolja, mint amekkora csúszási súrlódási erő hat a szekrényre, a két erő különbsége (vektori eredője) gyorsítja a szekrényt.
Newton III.: pl. amekkora erővel tolja Anasztázia a szekrényt, ugyanakkorával tolja a szekrény Anasztáziát.
Newton IV.: pl. a szekrényre hat az Anasztázia által kifejtett erő plusz a súrlódási erő (plusz a földi nehézségi erő plusz a padló nyomóereje), ezek vektori eredője határozza meg a gyorsulását.

f) Mivel a szekrény megindításához 500 N erő kell, ennyivel tolja vissza a szekrény Anasztáziát, tehát az kell, hogy az ő lába és a padló közötti tapadási súrlódási erő legalább ekkora legyen: $F_{t,A} = \mu_{t,A} m_A g = 0{,}7 \cdot m_A \cdot 10 = 7\ m_A$. Ha Anasztázia 80 kg-os, akkor ez 560 N, tehát el tudja tolni a szekrényt, de ha csak 70 kg-os, akkor ő már 490 N-nál megcsúszik, tehát nem tudja eltolni.

7. Igaz-e, hogy: INDOKLÁSKÉNT PÁR SZAVAS MAGYARÁZATOT VAGY EGY KÉPLETET KÉRÜNK!

a) – ha a vízszinteshez képest 45° alatt dobunk el egy testet vízszintes terepen, akkor a hajítás távolsága pont kétszerese a hajítás magasságának? **2 p.**
Nem igaz, mert a hajítás magassága $h = v_0^2 \cdot \sin^2\alpha / (2g)$, távolsága $d = v_0^2 \cdot \sin 2\alpha / g$, ezek aránya $d/h = 4/\mathrm{tg}\alpha$, $\alpha = 45°$ esetén $\mathrm{tg}\alpha = 1$, azaz $d/h = 4$.
b) – ha egy test v_0 kezdősebességgel függőlegesen felhajítva t idő alatt h magasra jut, akkor $2v_0$ kezdősebességgel indítva 2t idő alatt 2h magasra jut? **2 p.**
Nem igaz, mert ha $h = v_0 t - ½\, g t^2$, akkor $(2v_0)(2t) - ½\, g\, (2t)^2 = 4\, [v_0 t - ½\, g t^2] = 4h$.

c) – inerciarendszerben minden test sebessége időben állandó? **2 p.**
Nem igaz, csak a magára hagyott testek sebessége időben állandó.

d) – a test gyorsulása és az eredő erő mindig azonos irányúak? **2 p.**
Igaz, Newton II. axiómája szerint **F** = m**a**, mivel m skalár, így **a** és **F** iránya meg kell egyezzen.

e) – sztatikai tömegméréshez kell az ismeretlen tömegűn kívül másik test is, de dinamikai tömegméréshez nem kell? **2 p.**

Nem igaz, dinamikai tömegmérésnél egy állandó (de ismeretlen) nagyságú erő ismert ill. ismeretlen tömegű testen létrehozott gyorsulásainak összehasonlításából számolunk tömeget.

f) – ha a test gyorsulásának és sebességének iránya megegyezik, akkor a test sebességének nagysága nő? **2 p.**

Igaz, a test gyorsulásának sebességgel párhuzamos komponense a sebesség nagyságának megváltozását okozza és $a = \dot{v}$, tehát ha **a** és **v** egy irányúak, akkor v nő.
(Negatív *a* és *v* esetén a sebesség értéke csökken –mivel *a* negatív–, így *v* egy nagyobb abszolút értékű negatív szám lesz, vagyis a nagysága így is nő.)

g) – a rugóerő mindig negatív, tehát mindig lassítja a testet? **2 p.**

Nem igaz, a rugóerő negatív előjele azt jelenti, hogy mindig az egyensúlyi helyzet felé mutat. Az egyensúlyi helyzettől való távolodás közben (amikor **a** és **v** ellentétes irányúak) lassítja a testet, de az egyensúly felé való közeledésekor gyorsítja (ekkor **a** és **v** egyirányúak).

h) – ha két párhuzamos rezgés ellentétes fázisban találkozik, akkor kioltják egymást, vagyis az eredő amplitúdó zérus? **2 p.**

Nem igaz, ellentétes fázisban az eredő rezgés amplitúdója a két összetevő rezgés amplitúdójának különbsége (kioltás akkor van, ha az összetevők amplitúdója egyenlő).

Fizika K1A zh1 2013. nov. 19.

1. Newton I. és III. axiómája.
Mit mond ki; mit jelentenek a benne szereplő mennyiségek? 10 p.

2. Dinamikai tömegmérés. Hogyan, mivel hajtjuk végre, hogyan számolunk? 6 p.

3. a) Előfordulhat-e, hogy egy x tengely mentén mozgó test helykoordinátája és sebessége negatív, de a gyorsulása pozitív?
Ha igen, hogyan változik a sebességének ill. helykoordinátájának nagysága (abszolút értéke)?
b) Előfordulhat-e, hogy egy x tengely mentén mozgó test helykoordinátája és gyorsulása pozitív, de a sebessége negatív?
Ha igen, hogyan változik a sebességének ill. helykoordinátájának nagysága (abszolút értéke)?
c) Előfordulhat-e, hogy egy x tengely mentén mozgó test gyorsulása és sebessége negatív, de a helykoordinátája pozitív?
Ha igen, hogyan változik a sebességének ill. helykoordinátájának nagysága (abszolút értéke)?
6 p.

4. Egy m = 2 kg tömegű testre 3 erő hat:
$\mathbf{F_1} = 2\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j} - 5\,\mathbf{k}$ [N]
$\mathbf{F_2} = -3\,\mathbf{i} - 1\,\mathbf{j} + 6\,\mathbf{k}$ [N]
és egy ismeretlen $\mathbf{F_3}$ erő.
A test a 3 erő hatására az x tengely mentén gyorsul negatív irányban,
gyorsulásának nagysága 2 m/s^2.
a) Határozzuk meg az $\mathbf{F_3}$ erőt! 5 p.
b) Mekkora szöget zár be egymással $\mathbf{F_1}$ és $\mathbf{F_2}$? 5 p.

5. Eldobunk egy kavicsot 9 m magasról 6 m/s kezdősebességgel, a vízszinteshez képest 76°-kal felfelé. g ≈ 10 m/s^2.
Vegyünk fel egy x–z koordinátarendszert, amelynek origója a kiindulási pontban van és a z tengely felfelé mutat. Rajzoljuk be a hajítás pályáját és jelöljük be rajta a következő pontokat:
A A kavics a pálya legfelső pontján van.
B A kavics visszaérkezik abba a magasságba, amilyen magasról eldobtuk.
C A kavics földet ér (a föld 9 m-rel van lejjebb az eldobás magasságánál).
a) Adjuk meg mindhárom pontban a test helyvektorát és sebességvektorát, és rajzoljuk is be ezeket az ábrába!
b) Adjuk meg az elmozdulásvektort és rajzoljuk is meg arra a szakaszra, amikor a test az **A** pontból a **B** pontba mozog! Adjuk meg erre a szakaszra a test átlagsebességének vektorát is!
18 p.

6. November 3-án hibrid Napfogyatkozás volt – vagyis olyan, hogy a Föld egyes területein gyűrűs, más területein teljes Napfogyatkozást lehetett látni.

a) Számolja ki a Nap sugarát abból, hogy a Nap-Föld távolság 150 millió km és a Nap síklátószöge 0,00928 rad.

b) Mekkora térszög alatt látszik a Nap?

c) Rajzoljon egy vázlatot a Napfogyatkozásról, és magyarázza meg, hogyan jöhetett létre hibrid Napfogyatkozás!

d) A fenti adatokkal számolva mekkora lehetett a távolság a Föld és a Hold között? (maximum-minimum, a középpontjaik között)

A Hold sugara R_H = 1738 km, a Föld (egyenlítői) sugara R_F = 6378 km. 10 p.

Fizika K1A zh1 2014. nov. 4.

$9 \cdot 10^{-4}$ km = ………………. nm 2 p.

200° = ……………. rad 2 p.

64,8 km/h^2 = ………… m/s^2 2 p.

m = 2 μg tömegű testre F = 0,05 N erő hat. a = ? 2 p.

Mennyi idő alatt ér a fény a Holdról a Földre?

c = ? $d_{Hold\text{-}Föld}$ = ? t = ? 4 p.

2. Egy test harmonikus rezgőmozgást végez az x tengely mentén, a pozíciójának időfüggését az alábbi függvény írja le:

$x_1 = 0{,}3 \cdot \cos(5\pi \cdot t + \pi/2)$ (m) (az időt s-ban értjük)

a) Mekkora a rezgés amplitúdója? 1 p.

b) Mekkora a rezgés periódusideje? 2 p.

c) Ábrázoljuk a test helyzetét az első két periódusra! 2 p.

d) Mekkora a test átlagsebessége a 0 – 0,5 s közötti intervallumban? 3 p.

e) Mekkora a test sebessége t = 0,5 s-ban? 4 p.

f) Jelölje be az ábrán azt az intervallumot, ahol x < 0 és v > 0 és a > 0! 2 p.

A fenti rezgést csatoljuk (összeadjuk) egy másik rezgéssel:

$x_2 = 0{,}4 \cdot \cos(5\pi \cdot t + \varphi_0)$ (m)

Határozzuk meg φ_0 értékét úgy, hogy az eredő amplitúdó

g) 0,7 m1 p.

h) 0,1 m 2 p.

i) 0,5 m legyen! 3 p.

3. Newton III. és IV. axiómája.

Mutasson egy-egy példát is arra, hogy melyiket mikor kell alkalmazni. 8 p.

4. Mi a dinamikai tömegmérés? (Mi kell hozzá, mit mérünk, hogyan számolunk?) 6 p.

5. Csúszási és tapadási súrlódási erő nagysága és iránya. 5 p.

6. Egy m = 2 kg tömegű testre két erő hat, $\mathbf{F_1}$ és $\mathbf{F_2}$, és ezek hatására a test gyorsulása

$\mathbf{a} = 3\,\mathbf{i} + 2\,\mathbf{j} - 2\,\mathbf{k}$ (m/s^2) .

a) Határozzuk meg az $\mathbf{F_2}$ erőt, ha $\mathbf{F_1} = 2\,\mathbf{i} - 5\,\mathbf{j} + 3\,\mathbf{k}$ (N) . 4 p.

b) Mekkora szöget zár be a két erő egymással? 5 p.

Fizika K1A zh1 megoldások 2014. nov. 4.

$9 \cdot 10^{-4}$ km = $9 \cdot 10^{-1}$ m = $9 \cdot 10^{+2}$ mm = $9 \cdot 10^{+5}$ μm = $9 \cdot 10^{+8}$ nm 2 p.

200° = 200/180 · π = 10/9π ≈ 3,49 rad 2 p.

64,8 km/h² = $64{,}8 \cdot 10^3$ m / (3600 s)² = $5 \cdot 10^{-3}$ m/s² 2 p.

m = 2 μg tömegű testre F = 0,05 N erő hat. a = 0,05 N / $2 \cdot 10^{-9}$ kg = $2{,}5 \cdot 10^7$ m/s² 2 p.

Mennyi idő alatt ér a fény a Holdról a Földre?

c = 300000 km/s $d_{\text{Hold-Föld}} \approx 384000$ km $t = d_{HF} / c \approx 1{,}28$ s 4 p.

2. Egy test harmonikus rezgőmozgást végez az x tengely mentén, a pozíciójának időfüggését az alábbi függvény írja le:

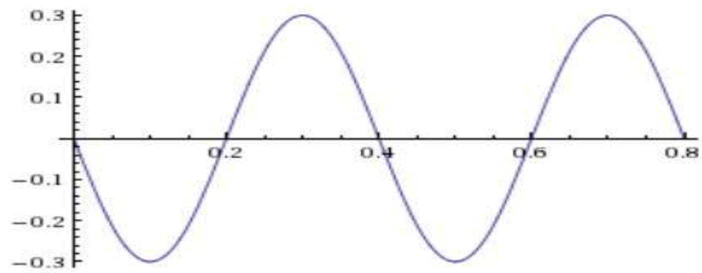
$x_1 = 0{,}3 \cdot \cos(5\pi \cdot t + \pi/2)$ (m) (az időt s-ban értjük)

$x_1 = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$

a) Mekkora a rezgés amplitúdója? A = 0,3 m 1 p.

b) Mekkora a rezgés periódusideje? ω = 5π , ω = 2π/T → T = 0,4 s 2 p.

c) Ábrázoljuk a test helyzetét az első két periódusra!



2 p.

d) Mekkora a test átlagsebessége a 0 – 0,5 s közötti intervallumban?

$$v_{\acute{a}tl} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(0{,}5) - x(0)}{0{,}5} = \frac{-0{,}3 - 0}{0{,}5} = -0{,}6 \ \frac{m}{s}$$ 3 p.

e) Mekkora a test sebessége t = 0,5 s-ban?

$v(t) = -0{,}3 \sin(5\pi \cdot t + \pi/2) \cdot 5\pi$ $v(0) = -1{,}5\pi \cdot \sin(5\pi \cdot 0{,}5 + \pi/2) = -1{,}5\pi \cdot \sin(3\pi) = 0$

vagy: az x(t) függvény érintőjének meredekségéből 4 p.

f) Jelölje be az ábrán azt az intervallumot, ahol x < 0 és v > 0 és a > 0!

0,1 – 0,2 s között és 0,5 – 0,6 s között 2 p.

A fenti rezgést csatoljuk (összeadjuk) egy másik rezgéssel:

$x_2 = 0{,}4 \cdot \cos(5\pi \cdot t + \varphi_0)$ (m)

Határozzuk meg φ_0 értékét úgy, hogy az eredő amplitúdó

$$A = \sqrt{{A_1}^2 + {A_2}^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}$$

g) 0,7 m

mivel $A = A_1 + A_2$, azonos fázisban vannak, $\varphi_{02} = \varphi_{01} = \pi/2$ 1 p.

h) 0,1 m

mivel $A = A_2 - A_1$, ellentétes fázisban vannak, $\varphi_{02} = \varphi_{01} = -\pi/2$ 2 p.

i) 0,5 m legyen!

behelyettesítéssel $\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = 0 \rightarrow \varphi_{02} - \varphi_{01} = \pm\pi/2$ $\varphi_{02} = 0$ (vagy π) 3 p.

3. Newton III. és IV. axiómája.
Mutasson egy-egy példát is arra, hogy melyiket mikor kell alkalmazni. 8 p.

4. Mi a dinamikai tömegmérés? (Mi kell hozzá, mit mérünk, hogyan számolunk?) 6 p.

5. Csúszási és tapadási súrlódási erő nagysága és iránya. 5 p.

6. Egy m = 2 kg tömegű testre két erő hat, $\mathbf{F_1}$ és $\mathbf{F_2}$, és ezek hatására a test gyorsulása
$\mathbf{a} = 3\,\mathbf{i} + 2\,\mathbf{j} - 2\,\mathbf{k}$ (m/s^2) .

a) Határozzuk meg az $\mathbf{F_2}$ erőt, ha $\mathbf{F_1} = 2\,\mathbf{i} - 5\,\mathbf{j} + 3\,\mathbf{k}$ (N) .

$\mathbf{F_1} + \mathbf{F_2} = m\mathbf{a}$: $m\mathbf{a} = 6\,\mathbf{i} + 4\,\mathbf{j} - 4\,\mathbf{k}$; $\mathbf{F_2} = m\mathbf{a} - \mathbf{F_2} = 4\,\mathbf{i} + 9\,\mathbf{j} - 7\,\mathbf{k}$ 4 p.

b) Mekkora szöget zár be a két erő egymással?

skalárszorzattal:

$\mathbf{F_1} \cdot \mathbf{F_2} = 2\cdot4 + (-5)\cdot9 + 3\cdot(-7) = -58$

$|\boldsymbol{F_1}| = \sqrt{38}$, $|\boldsymbol{F_2}| = \sqrt{146}$

$\cos\alpha = \frac{-58}{\sqrt{38}\cdot\sqrt{146}} = -0{,}77868$, $\alpha \approx 141°$ 5 p.

Fizika K1A zh1 2015. nov. 3. **A**

1. Egy motoros állandó gyorsulással fél perc alatt 23,4 km/h-ról 66,6 km/h-ra gyorsított.
Mekkora volt a motoros gyorsulása m/s^2-ben ill. km/h^2-ben kifejezve?
Mekkora utat tett meg ez alatt a fél perc alatt? (10 p.)

2. Az y–z síkban fekvő 3 m sugarú körpályán mozog egy test. t_1 = 0 s-ban a z tengely negatív felén, t_2 = 4 s-ban az y tengely pozitív felén, t_3 = 12 s-ban a z tengely pozitív felén van.
Írjuk fel a test helyvektorát mindhárom pillanatra!
Írjuk fel a test elmozdulásvektorát a t_1–t_2 és a t_1–t_3 intervallumra!
Adjuk meg a test átlagsebesség-vektorát a t_1–t_2 és a t_1–t_3 intervallumra!
Készítsünk rajzot, jelöljük be rajta

az elmozdulásvektorokat és

a test sebességének irányát a t_2 pillanatban!

Becsüljük meg, milyen irányú lehet a gyorsulásvektor a t_2 pillanatban! (10 p.)

3. Mi az erő?
Írja le a sztatikai erőmérés és a dinamikai tömegmérés elvét! Mi kell a méréshez, hogyan számolunk? (10 p.)

4. Ismertesse az alábbi erőtörvényeket, azaz: mikor lép fel; milyen irányú; adja meg a nagyságát, és a képletben szereplő mennyiségek jelentését!

lineáris rugalmas erő

csúszási súrlódási erő (10 p.)

5. Ismertesse Kepler törvényeit!
A Jupiter átlagos távolsága a Naptól $7{,}785 \cdot 10^{11}$ m. Hány földi napig tart egy év a Jupiteren?
(10 p.)

6. 12 m/s kezdősebességgel kidobtunk egy csirkecsontot a 6. emeleti ablakból a vízszinteshez képest 50°-kal felfelé. Hol lesz a csont 1,4 s múlva, és mekkora lesz a sebessége?
($g = 9{,}81\ m/s^2$) (10 p.)

Fizika K1A zh1 2015. nov. 3. **B**

1. Egy motoros állandó gyorsulással fél perc alatt 28,8 km/h-ról 82,8 km/h-ra gyorsított.
Mekkora volt a motoros gyorsulása m/s^2-ben ill. km/h^2-ben kifejezve?
Mekkora utat tett meg ez alatt a fél perc alatt? (10 p.)

2. Az x–z síkban fekvő 2 m sugarú körpályán mozog egy test. t_1 = 0 s-ban a z tengely pozitív felén, t_2 = 5 s-ban az x tengely negatív felén, t_3 = 8 s-ban a z tengely negatív felén van.
Írjuk fel a test helyvektorát mindhárom pillanatra!
Írjuk fel a test elmozdulásvektorát a t_1–t_2 és a t_1–t_3 intervallumra!
Adjuk meg a test átlagsebesség-vektorát a t_1–t_2 és a t_1–t_3 intervallumra!
Készítsünk rajzot, jelöljük be rajta

az elmozdulásvektorokat és
a test sebességének irányát a t_2 pillanatban!
Becsüljük meg, milyen irányú lehet a gyorsulásvektor a t_2 pillanatban! (10 p.)

3. Mi a tömeg?
Írja le a sztatikai tömegmérés és a dinamikai erőmérés elvét! Mi kell a méréshez, hogyan számolunk? (10 p.)

4. Ismertesse az alábbi erőtörvényeket, azaz: mikor lép fel; milyen irányú; adja meg a nagyságát, és a képletben szereplő mennyiségek jelentését!

általános tömegvonzási erő
tapadási súrlódási erő (10 p.)

5. Ismertesse Kepler törvényeit!
A Vénusz átlagos távolsága a Naptól $1{,}082 \cdot 10^{11}$ m. Hány földi napig tart egy év a Vénuszon?
(10 p.)

6. 15 m/s kezdősebességgel kidobtunk egy csirkecsontot a 8. emeleti ablakból a vízszinteshez képest 40°-kal felfelé. Hol lesz a csont 1,6 s múlva, és mekkora lesz a sebessége?
($g = 9{,}81\ m/s^2$) (10 p.)

Fizika K1A zh2 2010. december 1.

1. Ismertesse Newton I. és II. axiómáját! *12 pont*
Mit mondanak ki? Mit jelentenek? Definiálja a bennük szereplő mennyiségeket!

2. A 'g' nehézségi gyorsulás a Földön. *8 pont*
Honnan származtatható? Hogyan változik, mitől függ az értéke?

3. Két helyiség közötti autóbuszjáraton a kocsik átlagsebessége egyik irányban 40 km/h, a másik irányban 60 km/h. Mekkora az átlagsebesség egy teljes fordulót figyelembe véve? *4 pont*

4. Nyugalomból induló egyenletesen gyorsuló test mozgásának harmadik másodpercében 60 cm utat tesz meg. Mekkora utat fut be a negyedik másodperc alatt? *4 pont*

5. A nehézségi gyorsulás értéke a Holdon a földi érték egyhatod része.
a. Azonos kezdősebességgel függőlegesen felfelé feldobva hányszor magasabbra emelkedne egy test a Holdon, mint a Földön?
Azonos magasságból leejtve …
b. … hányszor nagyobb sebességgel érne talajt egy test a Holdon, mint a Földön?
c. … hányszor annyi ideig tartana az esés a Holdon, mint a Földön?
(A közegellenállást hanyagoljuk el.) *8 pont*

6. Egy 60 cm hosszú súlytalan, nyújthatatlan kötél végére pontszerűnek tekinthető 25 dkg tömegű testet rögzítünk és a kötél végét a plafonhoz rögzítjük úgy, hogy elhanyagolható súrlódással tud a kötél végére kötött test lengeni. A kötelet kitérítjük a függőlegeshez képest 40°-kal, majd elengedjük, így a test függőleges síkban lengésbe kezd.
a. Írjuk fel a test mozgásegyenletét vektori alakban!
b. Írjuk fel a test mozgásegyenletét kötél irányú és arra merőleges komponensekre bontva!
Számoljuk ki a következő értékeket:

φ	0°	20°	40°
a_{cp}			
a_t			
$F_{kötél}$			
E_{kin}			
E_{pot}			

ahol φ a kötél függőlegessel bezárt szöge;
a_{cp} a test centripetális gyorsulása;
a_t a test tangenciális gyorsulása;
$F_{kötél}$ a kötélerő;
E_{kin} a test mozgási energiája;
E_{pot} a test helyzeti energiája. *24 pont*

Fizika K1A zh2 2011. nov. 22.

1. Egy személyautóval három különböző gyorsaságpróbát végeztek.
a) 15 s alatt növelte sebességét 60 km/h-ról 100 km/h-ra.
b) Álló helyzetből indulva 16 s alatt tett meg 160 m távolságot.
c) Az autó álló helyzetből indulva 240 m úton gyorsított fel 80 km/h sebességre.
Mennyi volt az átlagos gyorsulás egy-egy kísérletben? **10 p.**

2.
Mekkora szöget zárhat be egymással a sebesség- és gyorsulásvektor?
a) akármekkorát b) csak hegyesszöget c) 0°, 90° vagy 180°-ot **2 p.**

Melyik állítás igaz az alábbiak közül? A csúszási súrlódási erő mindig ellentétes irányú
a) a gyorsulással b) a sebességgel c) az eredő erővel **2 p.**

Írjuk be a hiányzó szavakat úgy, hogy az első axiómával egyenértékű állítást kapjunk! **4 p.**
…………….. rendszerben minden……………………..test gyorsulása………………..

3. Egy $\alpha = 30°$ hajlásszögű lejtőre $m = 6\ kg$ tömegű testet tettünk, és egy kötéllel a lejtővel párhuzamosan húzzuk felfelé $F_h = 18\ N$ erővel. A test nem kezd el csúszni a lejtőn. $g = 10\ m/s^2$
a. Mekkora tapadási súrlódási erő hat a testre? A tapadási súrlódási együttható értéke $\mu_t = 0,4$.
b. Legfeljebb mekkorára növelhetjük a lejtő hajlásszögét, hogy a test ne csússzon meg? A testet továbbra is *18 N* erővel húzzuk a lejtővel párhuzamosan. **9 p.**

4. Kúpinga és síkinga összehasonlítása **21 p.**
Rajzoljuk fel a testre ható erőket és írjuk fel a mozgásegyenletet vektori alakban!
Írjuk fel a mozgásegyenletet polárkoordinátás komponensekben! (Hogy vesszük fel az egységvektorokat?)
Fejezzük ki a kötélerő nagyságát mg-vel kúpinga tetszőleges pontjában ill. síkingánál a maximális kitérésnél!
Vezessük le a periódusidőt mindkét mozgásnál!
Számoljuk ki a periódusidőt l = 80 cm hosszú kötél végéhez rögzített m = 12 dkg tömegű testre 1) síkingánál, illetve 2) kúpingánál, ha a kötél 28°-os szöget zár be a függőlegessel!

5. Kepler törvényei **12 p.**
Készítsünk vázlatot is mindhárom törvény szemléltetésére!
A Neptunusz keringési ideje ≈165 (földi) év. Milyen távolságban kering a Neptunusz a Nap körül? (segítségül: a Nap felszínéről a Földre 8,3 perc alatt ér a fény)

Fizika K1A zh2 megoldások 2011. nov. 22.

1. Egy személyautóval három különböző gyorsaságpróbát végeztek.

a) 15 s alatt növelte sebességét 60 km/h-ról 100 km/h-ra.

b) Álló helyzetből indulva 16 s alatt tett meg 160 m távolságot.

c) Az autó álló helyzetből indulva 240 m úton gyorsított fel 80 km/h sebességre.

Mennyi volt az átlagos gyorsulás egy-egy kísérletben? **10 p.**

MO.

a) $a = \Delta v/\Delta t = (100/3,6–60/3,6) / 15 \approx$ **$0,74\ m/s^2$**

b) $s = ½\ at^2 \rightarrow a = 2s/t^2 = 2\cdot160/16^2 =$ **$1,25\ m/s^2$**

c) $v = 0+at \rightarrow t = v/a;\quad s = ½\ at^2 = ½\ a\ (v/a)^2 = v^2/(2a)$

$\rightarrow a = v^2/(2s) = (80/3,6)^2/(2\cdot240) \approx$ **$1,03\ m/s^2$**

2.

Mekkora szöget zárhat be egymással a sebesség- és gyorsulásvektor?

a) **akármekkorát** b) ~~csak hegyesszöget~~ c) ~~0°, 90° vagy 180°-ot~~ **2 p.**

Melyik állítás igaz az alábbiak közül? A csúszási súrlódási erő mindig ellentétes irányú

a) ~~a gyorsulással~~ b) **a sebességgel** c) ~~az eredő erővel~~ **2 p.**

Írjuk be a hiányzó szavakat úgy, hogy az első axiómával egyenértékű állítást kapjunk! **4 p.**

…**Inercia**… rendszerben minden …**magára hagyott**… test gyorsulása …**zérus**…..

3. Egy $\alpha = 30°$ hajlásszögű lejtőre $m = 6\ kg$ tömegű testet tettünk, és egy kötéllel a lejtővel párhuzamosan húzzuk felfelé $F_h = 18\ N$ erővel. A test nem kezd el csúszni a lejtőn. $g = 10\ m/s^2$

a. Mekkora tapadási súrlódási erő hat a testre? A tapadási súrlódási együttható értéke $\mu_t = 0,4$.

b. Legfeljebb mekkorára növelhetjük a lejtő hajlásszögét, hogy a test ne csússzon meg? A testet továbbra is *18 N* erővel húzzuk a lejtővel párhuzamosan. **9 p.**

MO.

a. Számoljuk ki először, mekkora lehet a tapadási súrlódási erő maximális értéke:

$F_{t,max} = \mu_t F_{ny}$, ahol F_{ny} a lejtő nyomóereje, ami most $F_{ny} = mg \cos\alpha$ (mert a kötélerő a lejtővel párhuzamos, tehát csak m**g**-nek van a lejtőre merőleges komponense)

30°-os lejtő esetén $F_{t,max} = 0,4\cdot6\cdot10\cdot\cos30° \approx 20,78$ N.

Most írjuk fel a test mozgásegyenletét a lejtő síkjában:

$ma = mg \sin\alpha – F_h – F_t$

Ha a test nem mozdul meg, akkor a = 0 kell legyen, amihez

$F_t = mg \sin\alpha – F_h = 6\cdot10\cdot\sin30° – 18 = 12$ N tapadási súrlódási erő kell. Ez az érték kisebb, mint a tapadási súrlódási erő maximális értéke, tehát a test tényleg nem kezd el gyorsulni a lejtőn, és a ténylegesen fellépő tapadási súrlódási erő értéke ekkor $F_t = 12$ N.

b. A maximális hajlásszögnél a tapadási súrlódási erő értéke maximális lesz, tehát

$ma = mg \sin\alpha – F_h – \mu_t mg \cos\alpha = 0,$

azaz $60 \sin\alpha = 18 + 24 \cos\alpha$, amiből $\alpha \approx$ **38°**. (Ekkora hajlásszögnél $F_{t\ max} \approx 18,92$ N)

4. Kúpinga és síkinga összehasonlítása **21 p.**

Rajzoljuk fel a testre ható erőket és írjuk fel a mozgásegyenletet vektori alakban!

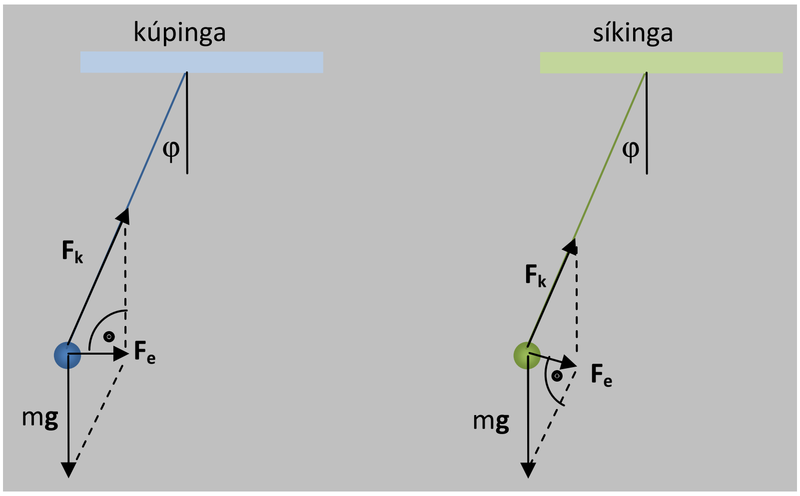
Írjuk fel a mozgásegyenletet polárkoordinátás komponensekben! (Hogy vesszük fel az egységvektorokat?)

Fejezzük ki a kötélerő nagyságát mg-vel kúpinga tetszőleges pontjában ill. síkingánál a maximális kitérésnél!

Vezessük le a periódusidőt mindkét mozgásnál!

Számoljuk ki a periódusidőt ℓ = 80 cm hosszú kötél végéhez rögzített m = 12 dkg tömegű testre 1) síkingánál, illetve 2) kúpingánál, ha a kötél 28°-os szöget zár be a függőlegessel!

MO.



A mozgásegyenlet vektori alakban mindkét esetben $m\mathbf{a} = m\mathbf{g} + \mathbf{F_k}$

Kúpinga esetén a test vízszintes síkban végez körmozgást, $\mathbf{e_r}$ a körpálya (a felfüggesztési pont alatt lévő) középpontjából mutat a test felé, $\mathbf{e_\varphi}$ pedig a körpálya érintőjének irányába mutat (vízszintesen). Az erők felbontásához szükség van a függőleges **k** egységvektorra is:

$m\mathbf{g} = -mg\mathbf{k}$, $\mathbf{F_k} = -F_k \sin\varphi\, \mathbf{e_r} + F_k \cos\varphi\, \mathbf{k}$

$\mathbf{e_\varphi}$ irányában nem hatnak a testre erők, a test kerületi sebessége állandó, $ma_t = 0$.

$\mathbf{e_r}$ irányában $F_{e,r} = F_k \sin\varphi = mg\, \mathrm{tg}\varphi$, tehát $ma_{cp} = mg\, \mathrm{tg}\varphi$.

A kötélerő nagysága $F_k = mg / \cos\varphi$.

A periódusidő az $ma_{cp} = mr\omega^2 = mg\, \mathrm{tg}\varphi$ egyenletből:

$$m(\ell\sin\varphi)(2\pi/T)^2 = mg \sin\varphi/\cos\varphi \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l\cdot\cos\varphi}{g}}$$

Behelyettesítve $T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}8\cdot\cos 28^\circ}{9{,}81}} \approx 1{,}686$ s.

Síkinga esetén a test függőleges síkban végez körmozgást, $\mathbf{e_r}$ a körpálya középpontjából, azaz a felfüggesztési ponttól mutat a test felé, $\mathbf{e_\varphi}$ pedig a körív érintőjének irányába mutat (függőlegesen).

Az erők felbontása: $\mathbf{F_k} = -F_k\, \mathbf{e_r}$, $m\mathbf{g} = mg \cos\varphi\, \mathbf{e_r} + mg \sin\varphi\, \mathbf{e_\varphi}$

$\mathbf{e_r}$ irányában $F_{e,r} = mg \cos\varphi - F_k$, tehát $ma_{cp} = F_k - mg \cos\varphi$.

$\mathbf{e_\varphi}$ irányában $F_{e,\varphi} = mg \sin\varphi$, tehát $ma_t = -mg \sin\varphi$ (negatív, mert $F_{e,\varphi}$ mindig csökkenti φ nagyságát)

A kötélerő nagysága $F_k = mg \cdot \cos\varphi$.

A periódusidő az $ma_t = m\ell\beta = -mg\sin\varphi$ egyenletből vezethető le, feltéve, hogy φ kicsi, így $\sin\varphi \approx \varphi$:

$$m\ell\ddot{\varphi} \approx -mg\varphi \quad \rightarrow \quad \omega^2 = g/\ell \quad \rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Behelyettesítve $T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}8}{9{,}81}} \approx 1{,}794$ s.

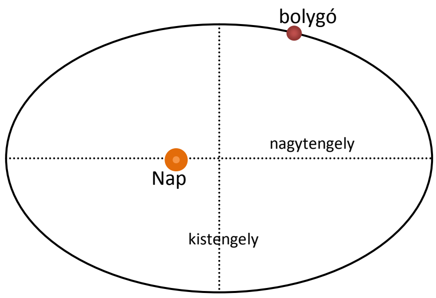
5. Kepler törvényei **12 p.**

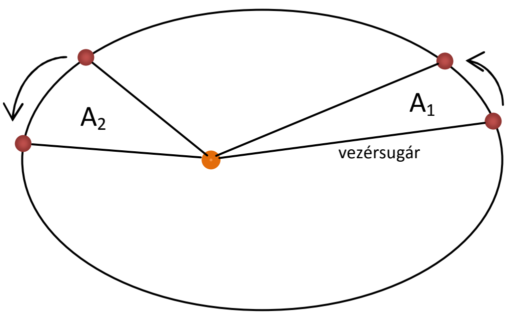
Készítsünk vázlatot is mindhárom törvény szemléltetésére!

A Neptunusz keringési ideje ≈165 (földi) év. Milyen távolságban kering a Neptunusz a Nap körül? (segítségül: a Nap felszínéről a Földre 8,3 perc alatt ér a fény)

MO.

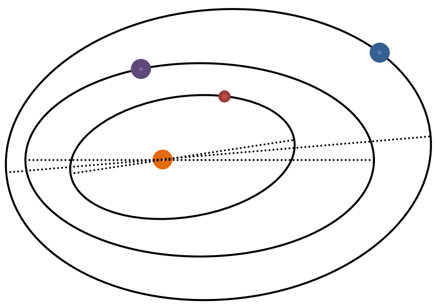
I. A bolygók ellipszis alakú pályán mozognak, melynek egyik gyújtópontjában a Nap áll;





II. A bolygók vezérsugara egyenlő idők alatt egyenlő területeket súrol (azaz a területi sebesség állandó);

III. T^2 / a^3 = konst. minden bolygóra, ahol T a bolygó keringési ideje, „a" a pálya fél nagytengelye.



Számolás: a III. Kepler-törvényt alkalmazva

$$\frac{T_{Föld}^2}{a_{Föld}^3} = \frac{T_{Neptun}^2}{a_{Neptun}^3}, \quad \text{azaz} \quad \left(\frac{a_{Neptun}}{a_{Föld}}\right)^3 = \left(\frac{T_{Neptun}}{T_{Föld}}\right)^2 = \left(\frac{165}{1}\right)^2 = 27225,$$

amiből $\frac{a_{Neptun}}{a_{Föld}} \approx 30$, és

behelyettesítve a Nap-Föld távolságot

$a_{Neptun} = 30\, a_{Föld} = 30 \cdot 150 \cdot 10^6$ km $= 4500 \cdot 10^6$ km (30 CSE).

Fizika K1A zh2 2012. nov. 27.

1. 2012. október 9-én Felix Baumgartner 39045 m magasságban kiugrott a kabinjából. 4 perc 20 mp múlva, 36529 m zuhanás után kinyitotta az ejtőernyőjét és újabb kb. 6 perc múlva földet ért. Maximális sebessége 1342,8 km/h volt.

a) Hány %-kal kisebb a ’g’ értéke abban a magasságban, ahol kiugrott a Föld felszíni értékhez képest?

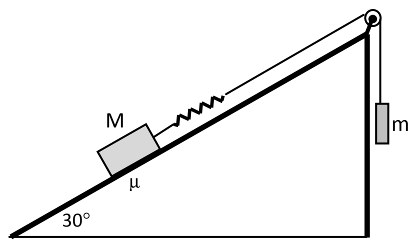
b) Mennyi idő alatt ért volna abba a magasságba, ahol kinyitotta az ernyőjét, ha nincs a Földnek légköre? Mi okozza az eltérést? Mi a stacionárius sebesség?

c) Ábrázoljuk F. B. magasságát és sebességét az idő függvényében! (Adjuk meg az ismert pontokat, a görbék többi részéről készítsünk reális vázlatot.) 12 pont

2. Általános gravitációs erő:

- **a)** két tömegpont között ható erő nagysága, iránya
- **b)** általános gravitációs erő kiterjedt test esetén
- **c)** a ‘g’ származtatása az általános gravitációs erőből
- **d)** a ’g’ értékének változása a Földön
- **e)** Kepler törvényei (rajzokkal) 20 pont

3. Az ábra szerint az $\alpha = 30°$ hajlásszögű lejtőre helyeztünk egy M = 2 kg tömegű testet, amit egy (nyújthatatlan, elhanyagolható tömegű) kötél tart, amibe egy $k = 80\ kg/s^2$ rugóállandójú rugót illesztettünk, átvezettük egy (elhanyagolható tömegű, súrlódásmentes) csigán és a végére egy m = 2,5 kg tömegű testet akasztottunk. A lejtőn lévő testet F = 15 N erővel függőlegesen nyomjuk fentről. Az M tömegű test és a lejtő közötti tapadási súrlódási együttható $\mu_t = 0{,}4$, a csúszási súrlódási együttható $\mu_{cs} = 0{,}15$. Az M tömegű test nem csúszik meg a lejtőn.



a) Rajzoljuk be az ábrába a lejtőn lévő M tömegű testre ható összes erőt a megfelelő irányba és írjuk rá mindegyiknek a nagyságát is! (egy-egy erő ne szerepeljen többször, vagyis csak az erő legyen berajzolva, az összetevő komponensei ne legyenek még egyszer feltüntetve az ábrán)

b) Mennyi a rugó megnyúlása? 10 pont

4. Kötél végére erősített m tömegű testet az (x,z) függőleges síkban pörgetünk ℓ hosszú kötélen. Tekintsük azt a pillanatot, amikor a test lefelé megy és a kötélerő éppen vízszintes. Az eredő erő ekkor 30°-os szöget zár be a kötélerővel.

(A testre csak a kötélerő és a nehézségi erő hat, a kötél nyújthatatlan, súlytalan.)

a) Mekkora ekkor a kötélerő? (Fejezzük ki a nehézségi erő nagyságával!)

b) Írjuk fel a nehézségi erő, a kötélerő és az eredő erő *vektorát*!

c) Írjuk fel a gyorsulás sugárirányú és érintőirányú komponensét!

d) Határozzuk meg ezekből a test szögsebességét és szöggyorsulását! 10 pont

5. Egy liftben az *m = 50 kg* tömegű testet rugó közbeiktatásával felfüggesztjük.
Mekkora erő feszíti a rugót, ha a lift

a) nyugalomban van;

b) függőlegesen lefelé állandó *v = 5 m/s* nagyságú sebességgel mozog,

c) függőlegesen felfelé állandó *v = 15 m/s* nagyságú sebességgel mozog;

d) függőlegesen felfelé $a = 5\ m/s^2$ nagyságú gyorsulással emelkedik;

e) függőlegesen lefelé $a = 5\ m/s^2$ nagyságú gyorsulással süllyed;

f) függőlegesen lefelé $a = 15\ m/s^2$ nagyságú gyorsulással süllyed;

g) szabadeséssel zuhan? 8 pont

Fizika K1A zh2 2013. dec. 3.

1. Rezgőmozgás

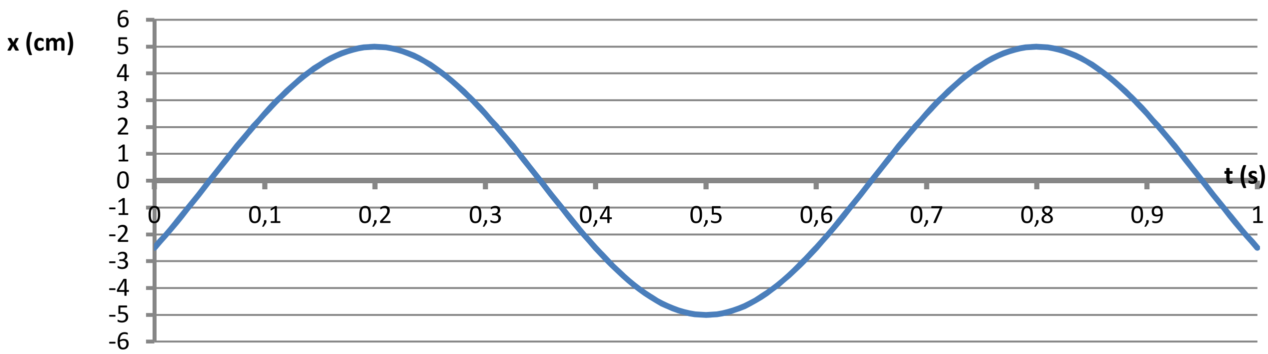
A. vízszintes helyzetű rugó végéhez rögzített (súrlódásmentes felületen mozgó) test:
írjuk fel a test mozgásegyenletét;
adjuk meg a megoldását (az x(t) függvényt);
adjuk meg, hogy a megoldásban szereplő mennyiségek mitől függenek (ahol tudjuk, képlettel).

B. függőleges helyzetű rugó végéhez rögzített test:
írjuk fel a test mozgásegyenletét;
hogyan változik a megoldás a vízszintes helyzetű rugóhoz képest?

C. csillapított rezgőmozgás:
írjuk fel a test mozgásegyenletét;
ismertessük a megoldását (rajzzal, esetleg képlettel is, röviden)

D. gerjesztett rezgőmozgás:
írjuk fel a test mozgásegyenletét;
ismertessük a megoldását; mi a rezonancia? 20 pont

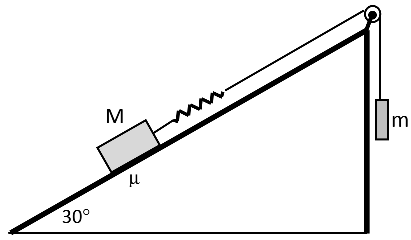
2. Az ábrán harmonikus rezgőmozgást végző 0,4 kg tömegű test kitérése van ábrázolva az idő függvényében.



Mennyi a periódusidő?
Mennyi a körfrekvencia?
Mennyi a kezdőfázis?
Írjuk fel a kitérést az idő függvényében!
Feltéve, hogy a rezgés nem csillapodik, t = 162,5 s-ban
– hol lesz a test?
– mekkora a rá ható rugóerő?
Jelöljük be az ábrán azt az időintervallumot
A-val, amikor a test sebessége pozitív és a gyorsulása pozitív!
B-vel, amikor a test sebessége pozitív és a gyorsulása negatív!
C-vel, amikor a test sebessége negatív és a gyorsulása pozitív!
D-vel, amikor a test sebessége negatív és a gyorsulása negatív! 20 pont

3. Egy 0,2 kg tömegű tömegpont 2,6 m sugarú körpályán mozog.
a) Mekkora erő hat rá akkor, amikor a szögsebessége 1,5 s^{-1}, szöggyorsulása pedig 3 s^{-2} ?
b) Milyen irányú az erő? 10 pont

4. Az ábra szerint az α = 30° hajlásszögű lejtőre helyeztünk egy M = 2 kg tömegű testet, amit egy (nyújthatatlan, elhanyagolható tömegű) kötél tart, amibe egy k = 8 N/m rugóállandójú rugót illesztettünk, átvezettük egy (elhanyagolható tömegű, súrlódásmentes) csigán és a végére egy m = 2,5 kg tömegű testet akasztottunk. A lejtőn lévő testet F = 15 N erővel függőlegesen nyomjuk fentről. Az M tömegű test és a lejtő közötti tapadási súrlódási együttható μ_t = 0,4, a csúszási súrlódási együttható μ_{cs} = 0,15. Tudjuk, hogy az M tömegű test nem csúszik meg a lejtőn.



Rajzoljuk be az ábrába a lejtőn lévő M tömegű testre ható összes erőt a megfelelő irányba és írjuk rá mindegyiknek a nagyságát is! (egy-egy erő ne szerepeljen többször, vagyis csak az erő legyen berajzolva, az összetevő komponensei ne legyenek még egyszer feltüntetve az ábrán) 10 pont

Fizika K1A zh2   2014. dec. 3.

Az összes feladatban $g = 10\ m/s^2$

1. Mit jelent: 5×2 p.

homogén

stacionárius

kényszererő

körfrekvencia

kúpinga

2. Függőleges síkban körpályán pörgetünk egy *1,2 kg* tömegű testet egy *80 cm* hosszú kötélen. Amikor a test felfelé megy és a kötél a függőlegessel *60°*-os szöget zár be, a sebessége *3 m/s*.

a) Mekkora a test érintő irányú gyorsulása? 2 p.

b) Mekkora a test sugárirányú gyorsulása? 2 p.

c) Mekkora a kötélerő? 3 p.

d) Készítsünk egy arányos rajzot, jelöljük rajta a testre ható erőket a nagyságukat érzékeltető vektorokkal! 3 p.

3. Egy *25 cm* hosszú, $k = 6{,}2\ N/m$ rugóállandójú rugót vízszintes, súrlódásmentes síkra helyezünk, egyik végét rögzítjük, másik végéhez rögzítünk egy *8 dkg* tömegű testet. A testet úgy hozzuk rezgésbe, hogy nem húzzuk meg a rugót, de $v_0 = 0{,}7\ m/s$ kezdősebességet adunk a testnek úgy, hogy a rugó megnyúljon.

a) Mekkora a rezgés periódusideje? 2 p.

b) Mekkora a rezgés amplitúdója? 3 p.

c) Írjuk fel a test kitérését az idő függvényében! 3 p.

d) Mekkora a test maximális sebessége? 1 p.

Az előbbi rugót a végéhez rögzített testtel együtt függőlegesbe fordítjuk, a felső végét rögzítjük egy állvány tetejéhez, majd a testet úgy engedjük el, hogy az a rögzítési ponttól éppen *25 cm* távolságra legyen

e) Mekkora erő hat kiindulási helyzetben a testre? 2 p.

f) A rögzítési ponttól milyen távolságra lenne a test egyensúlyban? 3 p.

g) Mekkora lesz a rezgés amplitúdója? 2 p.

h) Mekkora lesz a rezgés periódusideje? 2 p.

4. a) Egy *15 kg*-os bőrönddel beszállunk a liftbe. Számoljuk ki a bőröndre ható erők nagyságát és készítsünk arányos rajzot az erőkről a következő két esetre:

A A lift a földszintről indul felfelé $1{,}8\ m/s^2$ nagyságú gyorsulással.

B A lift éppen felfelé megy *1,2 m/s* sebességgel és fékezni kezd $2{,}1\ m/s^2$ nagyságú gyorsulással.

b) Melyik esetben nagyobb a bőrönd súlya és mennyivel? 6 p.

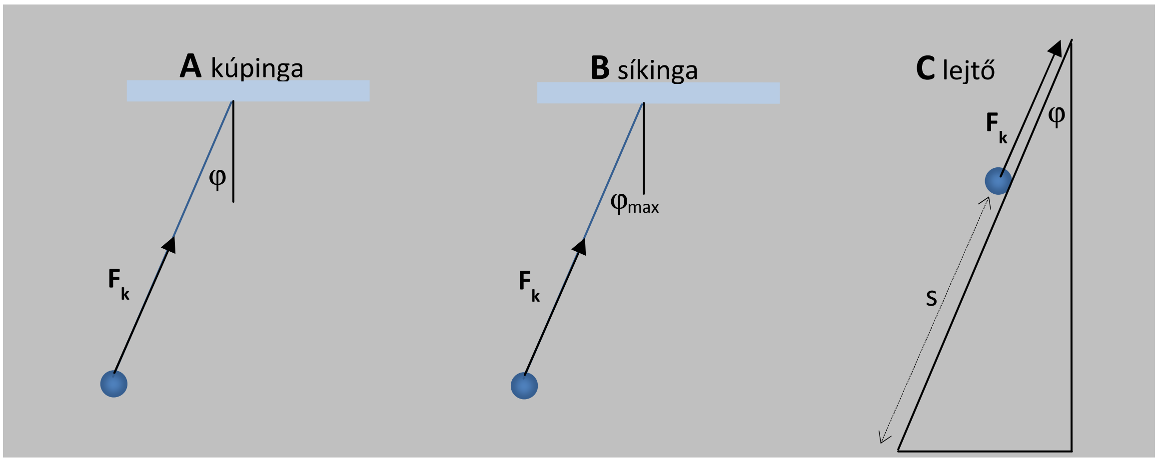
c) Írjuk fel a bőrönd mozgásegyenletét az erők értékének behelyettesítésével a **B** esetre úgy, hogy vonatkoztatási rendszernek először a földszintet, majd a lift fülkéjét választjuk! 4 p.

5. α hajlásszögű lejtőn állandó *v* sebességgel csúszik lefelé egy *m* tömegű magára hagyott test. A test és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható μ, a tapadási súrlódási együttható μ_t. Írjuk fel a test mozgásegyenletét vektori alakban, majd lejtővel párhuzamos és arra merőleges komponensekre bontva! 7 p.

Írjuk le Newton III. axiómáját, és mutassuk meg, hogy a lejtőn lecsúszó test esetén hol alkalmazzuk! 5 p.

Fizika K1A zh2   2015. dec. 1.

1. L = 40 cm hosszú fonál végére rögzítünk ismeretlen m tömegű testeket és az alábbi ábrák szerinti kísérleteket végezzük velük:
a testet meglökve **A**: kúpingát, **B**: síkingát hozunk létre, ill.
C: a testet lejtőre helyezzük és a fonállal tartjuk, hogy le ne csússzon (a lejtő és a test közötti súrlódás elhanyagolható).
Mindhárom esetben a fonálban ébredő erő F_k = 7,2 N és φ = 12° (ill. síkingánál φ_{max} = 12°), a testek tömege viszont eltérő.
Minden számolási eredményt 4 jegyre adjunk meg! (és mértékegységgel együtt)



a) Készítsünk arányos ábrákat a testekre ható erőkről és azok eredőjéről (az erővektorok által bezárt szögek megjelölésével)!
b) Számoljuk ki a testek tömegét mindhárom esetben!
c) A kúpinga és a síkinga esetére számoljuk ki az alábbi táblázat szerinti mennyiségeket:
(a síkingánál a lengés szélső pontjára vonatkozó a_{cp}, a_t, v értékeket adjuk meg!)

	kúpinga	síkinga
a_{cp} (centripetális gyorsulás)		
a_t (tangenciális gyorsulás)		
v (pillanatnyi sebesség)		
T (periódusidő)		

d) A lejtőre helyezett test esetében számoljuk ki
- a test gyorsulását, ha a kötél elszakad, és hogy
- mennyi idő alatt ér a test az s = 8 m hosszú lejtő aljára, és
- mekkora lesz a test végsebessége.

2. REZGŐMOZGÁS:
a) Írjuk fel egy rugó végéhez rögzített test mozgásegyenletét

E: súrlódásmentes vízszintes síkon (csillapítás és gerjesztés nélkül);

F: függőleges helyzetre (csillapítás és gerjesztés nélkül);

G: súrlódásmentes vízszintes síkon csillapítással és gerjesztéssel.

Adjuk meg minden mennyiség jelentését!

b) Adjuk meg az E esetre a test koordinátájának időfüggését, az ebben az összefüggésben szereplő mennyiségek jelentését, és hogy melyik mennyiséget mi határoz meg és hogyan!

c) Mi a közös, ill. mi az eltérő az **E** és **F** eset rezgésének jellemzői között?

d) Mi a rezonancia? Mikor lép fel? (Készítsünk magyarázó ábrát hozzá!)

Fizika K1A zh3 2010. december 8.

1. Rezgőmozgás *15 pont*

Rugó végéhez rögzített test mozgásegyenlete. A mozgásegyenlet megoldása. A megoldásban szereplő mennyiségek: mit jelentenek, mitől függnek?

Hogyan változik a mozgásegyenlet és a megoldás, ha a rugó nem vízszintes, hanem függőleges helyzetben van?

Csillapított és gerjesztett rezgőmozgás mozgásegyenlete és a megoldásának jellemzése, rezonancia.

2. Kepler törvényei a bolygómozgásról. 6 *pont*

3. Töltse ki az alábbi táblázatot: *13 pont*

kölcsönhatás típusa	erő nagysága	potenciális energia
gravitáció a Föld felszínén		
általános tömegvonzás		
lineáris rugalmas		
közegellenállás		
csúszási súrlódás		

4. *x–y* síkban körpályán mozgó m = 0,8 kg tömegű test helyvektora a $t = 0$ *s*-ban $\mathbf{r} = 0{,}6\,\mathbf{i} + 0{,}8\,\mathbf{j}$ *(m)*. A szögsebessége ekkor $\omega = 4\ s^{-1}$ és a szöggyorsulása $\beta = 12\ s^{-2}$. Írjuk fel a test sebességének és gyorsulásának nagyságát ill. vektorát a $t = 0$ *s*-ban! *10 pont*

5. Egy $\alpha = 30°$ hajlásszögű lejtőre $m = 6\ kg$ tömegű testet tettünk, és egy kötéllel a lejtővel párhuzamosan húzzuk felfelé $F_h = 18\ N$ erővel. A test nem kezd el csúszni a lejtőn. $g = 10\ m/s^2$

a. Mekkora tapadási súrlódási erő hat a testre? A tapadási súrlódási együttható értéke $\mu_t = 0{,}4$.

b. Legfeljebb mekkorára növelhetjük a lejtő hajlásszögét, hogy a test ne csússzon meg? A testet továbbra is *18 N* erővel húzzuk a lejtővel párhuzamosan. *9 pont*

6. Egy liftben az $m = 50\ kg$ tömegű testet rugó közbeiktatásával felfüggesztjük. Mekkora erő feszíti a rugót, ha a lift

a. nyugalomban van;

b. függőlegesen lefelé állandó $v = 5\ m/s$ nagyságú sebességgel mozog,

c. függőlegesen felfelé állandó $v = 15\ m/s$ nagyságú sebességgel mozog;

d. függőlegesen felfelé $a = 5\ m/s^2$ nagyságú gyorsulással emelkedik;

e. függőlegesen lefelé $a = 5\ m/s^2$ nagyságú gyorsulással süllyed;

f. függőlegesen lefelé $a = 15\ m/s^2$ nagyságú gyorsulással süllyed;

g. szabadeséssel zuhan? *7 pont*

K1A zh3 2011. dec. 6.

Az összes feladatban $g \approx 10\ m/s^2$

1. A Mikulás egy jó nagy zsáknyi csokoládét akar kézbesíteni Andriséknak, akik sokan vannak testvérek és egy tanyán laknak az Alföldön. Sajnos nem tud időt szánni arra, hogy benézzen hozzájuk, sőt, még arra sincs ideje, hogy leszálljon a szánkójával, ezért ki akarja számolni, hogy hol kell kidobnia a csomagot a repülő szánkójából, hogy az pont Andrisék házánál érjen földet. A szánkója 300 m magasságban vízszintesen repül Andrisék háza felé állandó 90 km/h sebességgel. Mikulás a szánkóhoz képest 5 m/s sebességgel előrefelé fogja eldobni a zsákot.
a) Mennyivel Andrisék háza előtt kell kidobnia a zsákot?
b) A szánkón már nem sok csomag van, maga a szánkó pedig nagyon könnyű, és Mikulás is elég sokat leadott már a nagy rohangálásban. Így amikor Mikulás kidobja Andriséknak a zsákot, ezzel a továbbrepülő tömeghez képest jelentős tömeget dob ki, emiatt megváltozik a szánkó sebessége is. Mennyivel?
A tömegek: Mikulás 56 kg, szánkó 24 kg, Andrisék zsákja 32 kg, a maradék zsákok 68 kg.

2. Mikulás szánja már majdnem kiürült, de még egy kis üreges csokimikulást oda akar adni Sárának. Megintcsak nincs ideje arra, hogy leszálljon a szánkóval, ezért csak leugrik az erkélyükre letenni a csokimikulást. A szánjával megáll pontosan az erkély fölött 120 m-rel és kiveti magát, függőlegesen lezuhan az erkélyre, és miközben visszapattan, gyorsan kiteszi a csokimikulást. A visszapattanása sajnos nem teljesen rugalmas, hanem az erkéllyel való ütközéskor elveszíti a mozgási energiájának 20 %-át.
a) Segítsünk neki kiszámolni, hogyan programozza be a szánkóján a robotpilótát, hogy milyen magasságra álljon át a szánkója ahhoz, hogy Mikulás a visszapattanása után a pályája legfelső pontján be tudjon szállni!
b) Számoljuk ki a következő mennyiségeket: a Mikulás sebessége és mechanikai energiája
a zuhanás megkezdésekor;
a zuhanás fele magasságában;
az erkélyre való megérkezésekor;
az erkélyről való visszapattanásának kezdetekor.

3. Mikulás csúszik lefelé egy hosszú egyenes lejtőn. Mivel sílécen csúszik, a súrlódási erőt elhanyagolhatjuk, viszont a kabátja nagyon fogja a szelet, ezért hat rá a sebesség négyzetével arányos fékezőerő: $F = kv^2$, ahol $k = 0{,}9$ kg/m.
A lejtő hajlásszöge 24°, Mikulás a sílécével, sícipővel együtt 60 kg.
a) Mennyi lesz Mikulás állandósult sebessége?
b) A lejtő véget ér, Mikulás vízszintesen csúszik tovább. Itt már nem hanyagolható el a súrlódás, $\mu = 0{,}08$ a súrlódási együttható a síléce és a talaj között. Viszont Mikulás most összefogja a kabátját, így a légellenállás már nem fékezi őt. A lejtő aljától 120 m-re van egy kocsma. Eljut-e addig Mikulás a sílécén? (Amikor a lejtőről a vízszintesre jut, nem veszít a sebességéből.)

4. Mikulás és Krampusz összevesztek azon, hogy ha a szánkójukkal fel tudnának repülni olyan magasra, ahol a Föld felszíne fölött pont földsugárnyi magasságban vannak, akkor milyen képlettel lehetne kiszámolni egy csomag helyzeti energiáját. Mikulás azt mondja, hogy ugyanazzal, mint amivel a lakóházaknál szoktak számolni, Krampusz pedig azt mondja, hogy ez már sokkal nagyobb távolság, és ezt figyelembe kell venni, más lesz a képlet is és más érték is jön ki. Milyen képlettel számol Mikulás ill. Krampusz? Mi jön ki Mikulásnak ill. Krampusznak egy 32 kg-os zsák helyzeti energiájára földsugárnyi magasságban?
($\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ m^3 kg^{-1} s^{-2}$, $M_{Föld} = 6 \cdot 10^{24}$ kg)

K1A zh3 megoldások (részleges) 2011. dec. 6.

Az összes feladatban $g \approx 10\ m/s^2$

1. A Mikulás egy jó nagy zsáknyi csokoládét akar kézbesíteni Andriséknak, akik sokan vannak testvérek és egy tanyán laknak az Alföldön. Sajnos nem tud időt szánni arra, hogy benézzen hozzájuk, sőt, még arra sincs ideje, hogy leszálljon a szánkójával, ezért ki akarja számolni, hogy hol kell kidobnia a csomagot a repülő szánkójából, hogy az pont Andrisék házánál érjen földet. A szánkója 300 m magasságban vízszintesen repül Andrisék háza felé állandó 90 km/h sebességgel. Mikulás a szánkóhoz képest 5 m/s sebességgel előrefelé fogja eldobni a zsákot.
a) Mennyivel Andrisék háza előtt kell kidobnia a zsákot?
b) A szánkón már nem sok csomag van, maga a szánkó pedig nagyon könnyű, és Mikulás is elég sokat leadott már a nagy rohangálásban. Így amikor Mikulás kidobja Andriséknak a zsákot, ezzel a továbbrepülő tömeghez képest jelentős tömeget dob ki, emiatt megváltozik a szánkó sebessége is. Mennyivel?
A tömegek: Mikulás 56 kg, szánkó 24 kg, Andrisék zsákja 32 kg, a maradék zsákok 68 kg.

MO.
a) A zsák mozgása egy H = 300 m magasságról induló vízszintes kezdősebességű hajítás. Mivel a zsák a szánkóval $v_{sz,0}$ = 90 km/h = 25 m/s vízszintes sebességgel mozgott és ehhez képest volt 5 m/s-mal előre felé kidobva, a zsák vízszintes kezdősebessége v_{x0} = 30 m/s. Függőleges kezdősebessége zérus. A zsák t idő elteltével megérkezik Andrisék házához, aminek z koordinátája zérus, x koordinátája pedig a D keresett távolság. Tehát

$z = z_0 + v_{z0}\,t + ½\, a_z\, t^2 = H – ½\, g\, t^2 = 300 – ½ \cdot 10\, t^2 = 0$

$x = x_0 + v_{x0}\,t + ½\, a_x\, t^2 = v_{x0}\,t = 30\, t = D$

Az első egyenletből látjuk, hogy a zsák t ≈ 7,746 s alatt ér földet, ez alatt D = 232,38 m-t tesz meg vízszintesen, tehát a zsákot 232 m-rel előbb kell kidobni.
b) Amikor Mikulás kidobja a zsákot, csak belső erő hat az m_{zs} = 32 kg tömegű zsák és a maradék továbbrepülő M = 56+24+68 = 148 kg tömeg között, így érvényes az impulzus-megmaradás. Eldobás előtt az M + m_{zs} összes tömeg sebessége $v_{sz,0}$ = 25 m/s volt, eldobás után az m_{zs} tömeg sebessége v_{x0} = 30 m/s, ebből kiszámítható az M tömeg sebessége:

$(M + m_{zs}) \cdot v_{sz,0} = m_{zs} \cdot v_{x0} + M \cdot v$: $\quad 180 \cdot 25 = 32 \cdot 30 + 148 \cdot v \quad \rightarrow \quad v \approx 23,9$ m/s

A továbbrepülő szánkó sebessége tehát v = 23,9 m/s = 86 km/h-ra csökkent.

2. Mikulás szánja már majdnem kiürült, de még egy kis üreges csokimikulást oda akar adni Sárának. Megintcsak nincs ideje arra, hogy leszálljon a szánkóval, ezért csak leugrik az erkélyükre letenni a csokimikulást. A szánjával megáll pontosan az erkély fölött 120 m-rel és kiveti magát, függőlegesen lezuhan az erkélyre, és miközben visszapattan, gyorsan kiteszi a csokimikulást. A visszapattanása sajnos nem teljesen rugalmas, hanem az erkéllyel való ütközéskor elveszíti a mozgási energiájának 20 %-át.

a) Segítsünk neki kiszámolni, hogyan programozza be a szánkóján a robotpilótát, hogy milyen magasságra álljon át a szánkója ahhoz, hogy Mikulás a visszapattanása után a pályája legfelső pontján be tudjon szállni!
b) Számoljuk ki a következő mennyiségeket: a Mikulás sebessége és mechanikai energiája
a zuhanás megkezdésekor;
a zuhanás fele magasságában;
az erkélyre való megérkezésekor;
az erkélyről való visszapattanásának kezdetekor.

MO.
a) Egyszerűbb ezt a kérdést energia-megmaradással számolni, ahogy ezt majd a b) részben látni fogjuk. De számoljuk ki energia-megmaradás nélkül:
Mikulás szabadeséssel zuhan 120 m-t, azaz $z = 120 - ½\, g\, t^2 = 0 \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{24} \approx 4{,}9$ s alatt ér le az erkélyre, és ekkor a sebessége $v_1 = gt = 10\sqrt{24} \approx 49$ m/s (ez 176 km/h…),
a mozgási energiája $E_{k1} = ½ \cdot m\, v_1^2 = ½ \cdot 56 \cdot (10\sqrt{24})^2 = 67200$ J.
Ennek 20 %-át elveszti, azaz marad $E_{k2} = 0{,}8\, E_{k1} = 0{,}8 \cdot 67200 = 53760$ J,
amiből a sebessége $v_2 = 8\sqrt{30} \approx 43{,}8$ m/s,
ilyen kezdősebességgel a hajítás magassága $z_{max} = v_2^2 / (2g) = (8\sqrt{30})^2/20 = 96$ m.
Ez pont 80 %-a a 120 m-nek!
b) Mikulás mechanikai energiájának kiszámolásához meg kell választani a helyzeti energia zéruspontját. Célszerű az erkély magasságát választani.
…

3. Mikulás csúszik lefelé egy hosszú egyenes lejtőn. Mivel sílécen csúszik, a súrlódási erőt elhanyagolhatjuk, viszont a kabátja nagyon fogja a szelet, ezért hat rá a sebességének négyzetével arányos fékezőerő: $F = kv^2$, ahol $k = 0{,}9$ kg/m.
A lejtő hajlásszöge 24°, Mikulás a sílécével, sícipővel együtt 60 kg.
a) Mennyi lesz Mikulás állandósult sebessége?
b) A lejtő véget ér, Mikulás vízszintesen csúszik tovább. Itt már nem hanyagolható el a súrlódás, $\mu = 0{,}08$ a súrlódási együttható a síléce és a talaj között. Viszont Mikulás most összefogja a kabátját, így a légellenállás már nem fékezi őt. A lejtő aljától 120 m-re van egy kocsma. Eljut-e addig Mikulás a sílécén? (Amikor a lejtőről a vízszintesre jut, nem veszít a sebességéből.)

4. Mikulás és Krampusz összevesztek azon, hogy ha a szánkójukkal fel tudnának repülni olyan magasra, ahol a Föld felszíne fölött pont földsugárnyi magasságban vannak, akkor milyen képlettel lehetne kiszámolni egy csomag helyzeti energiáját. Mikulás azt mondja, hogy ugyanazzal, mint amivel a lakóházaknál szoktak számolni, Krampusz pedig azt mondja, hogy ez már sokkal nagyobb távolság, és ezt figyelembe kell venni, más lesz a képlet is és más érték is jön ki. Milyen képlettel számol Mikulás ill. Krampusz? Mi jön ki Mikulásnak ill. Krampusznak egy 32 kg-os zsák helyzeti energiájára földsugárnyi magasságban?
($\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ m^3 kg^{-1} s^{-2}$, $M_{Föld} = 6 \cdot 10^{24}$ kg)

Fizika K1A zh3 2012. dec. 4.

1. 2012. október 9-én Felix Baumgartner 39045 m magasságban kiugrott a kabinjából. 4 perc 20 mp múlva, 36529 m zuhanás után kinyitotta az ejtőernyőjét és újabb kb. 6 perc múlva földet ért. Maximális sebessége 1342,8 km/h volt.

a) Hány %-kal kisebb a 'g' értéke abban a magasságban, ahol kiugrott a Föld felszíni értékhez képest?

b) Mennyi idő alatt ért volna abba a magasságba, ahol kinyitotta az ernyőjét, ha nincs a Földnek légköre? Mi okozza az eltérést? Mi a stacionárius sebesség, hogy alakul ki?

c) Ábrázoljuk F. B. magasságát és sebességét az idő függvényében! (Adjuk meg az ismert pontokat, a görbék többi részéről készítsünk reális vázlatot.) 12 pont

2. Rezgőmozgás

A. vízszintes helyzetű rugó végéhez rögzített (súrlódásmentes felületen mozgó) test:
írjuk fel a mozgásegyenletet; adjuk meg a megoldását (képlettel); adjuk meg, hogy a megoldásban szereplő mennyiségek mitől függenek (ahol tudjuk, képlettel)

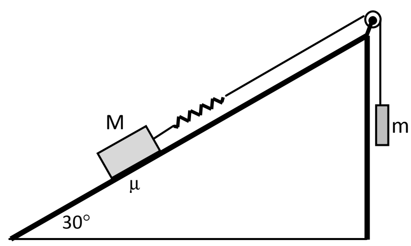
B. függőleges helyzetű rugó végéhez rögzített test:
írjuk fel a mozgásegyenletet; adjuk meg a megoldását (képlettel); adjuk meg, hogy a megoldásban szereplő mennyiségek mitől függenek (ahol tudjuk, képlettel)

C. csillapított rezgőmozgás:
írjuk fel a mozgásegyenletet; ismertessük a megoldását (rajzzal, esetleg képlettel is)

D. gerjesztett rezgőmozgás:
írjuk fel a mozgásegyenletet; ismertessük a megoldását; mi a rezonancia?

20 pont

3. Az ábra szerint az $\alpha = 30°$ hajlásszögű lejtőre helyeztünk egy $M = 2$ kg tömegű testet, amit egy (nyújthatatlan, elhanyagolható tömegű) kötél tart, amibe egy $k = 80$ kg/s^2 rugóállandójú illesztettünk, átvezettük egy (elhanyagolható tömegű, súrlódásmentes) csigán és a végére egy $m = 2,5$ kg tömegű testet akasztottunk. A lejtőn lévő testet $F = 15$ N erővel függőlegesen nyomjuk fentről. Az M tömegű test és a lejtő közötti tapadási súrlódási együttható $\mu_t = 0,4$, a csúszási súrlódási együttható $\mu_{cs} = 0,15$. Az M tömegű test nem csúszik meg a lejtőn.



a) Rajzoljuk be az ábrába a lejtőn lévő M tömegű testre ható összes erőt a megfelelő irányba és írjuk rá mindegyiknek a nagyságát is! (egy-egy erő ne szerepeljen többször, vagyis csak az erő legyen berajzolva, az összetevő komponensei ne legyenek még egyszer feltüntetve az ábrán)

b) Mennyi a rugó megnyúlása? 10 pont

4. Kötél végére erősített m tömegű testet az (x,z) függőleges síkban pörgetünk ℓ hosszú kötélen. Tekintsük azt a pillanatot, amikor a test lefelé megy és a kötélerő éppen vízszintes. Az

eredő erő ekkor 30°-os szöget zár be a kötélerővel.
(A testre csak a kötélerő és a nehézségi erő hat, a kötél nyújthatatlan, súlytalan.)
a) Mekkora ekkor a kötélerő? (Fejezzük ki a nehézségi erő nagyságával!)
b) Írjuk fel a nehézségi erő, a kötélerő és az eredő erő *vektorát*!
c) Írjuk fel a gyorsulás sugárirányú és érintőirányú komponensét!
d) Határozzuk meg ezekből a test szögsebességét és szöggyorsulását! 10 pont

5. Számítsuk ki a Hold centripetális gyorsulását kétféleképpen:
- a gravitációs erőtörvényt,
- a körmozgás adatait felhasználva! 8 pont

$\gamma = 6{,}6743 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$; a Föld tömege $5{,}978 \cdot 10^{24}$ kg,
a Hold pályájának sugara kb. 60-szorosa a Föld sugarának, a Hold keringési ideje 27,32 nap.

Fizika K1A zh3 2013. dec. 10.

1. Töltse ki az alábbi táblázatot!

	nagysága	iránya
általános tömegvonzási erő		
tapadási súrlódási erő		
csúszási súrlódási erő		
kötélerő kúpinga esetében		
centripetális erő kúpinga esetében		

15 p.

2. Eldobunk egy követ 12 m magasról függőlegesen felfelé. A kő 0,8 s múlva ér vissza abba a magasságba, ahonnan feldobtuk. $g \approx 10\ m/s^2$.

a) Mekkora kezdősebességgel dobtuk fel?

b) Mekkora maximális magasságot ért el a kő?

c) Hol lesz a kő a feldobás után 1,1 s-mal?

d) Mekkora lesz akkor a sebessége?

e) Hol érne földet a kő, ha nem függőlegesen, hanem vízszintesen dobnánk el (ugyanekkora kezdősebességgel)?

f) Mekkora lenne a sebessége a földet éréskor? 14 p.

3. Számoljuk ki a testre ható erők nagyságát és készítsünk arányos rajzot a testre ható erőkről az alábbi esetekre:

A: 30°-os lejtőn a lejtővel párhuzamos 2 N nagyságú erővel nyomunk felfelé egy 1,4 kg tömegű testet, amire tapadási súrlódási erő is hat, $\mu_t = 0,8$.

B: 30°-os lejtőn a lejtővel párhuzamos 2 N nagyságú erővel nyomunk lefelé egy 1,4 kg tömegű testet, amire tapadási súrlódási erő is hat, $\mu_t = 0,8$.

C: vízszintes síkú 108 m sugarú kanyarban 1200 kg össztömegű autó 108 km/h nagyságú állandó sebességgel megy (nem csúszik meg).

D: 2 m/s sebességgel lefelé mozgó, 8 m/s^2 gyorsulással felfelé gyorsuló liftben 3 kg tömegű táska van a padlón. A mozgást vizsgáljuk az épülethez rögzített vonatkoztatási rendszerben!

E: 2 m/s sebességgel felfelé mozgó, 6 m/s^2 gyorsulással felfelé gyorsuló liftben 2 kg tömegű táska van a padlón. A mozgást vizsgáljuk a lifttel együtt mozgó vonatkoztatási rendszerben!

15 p.

4. Számítsuk ki a Hold centripetális gyorsulását kétféleképpen:
– a gravitációs erőtörvényt,
– a körmozgás adatait felhasználva! 8 p.
A Hold pályájának sugara 60-szorosa a Föld sugarának, a Hold keringési ideje 27 nap.

5. a) Írjuk fel Kepler II. és III. törvényét! Készítsünk rajzot hozzá, magyarázzuk meg, mi mit jelent!
b) Számoljuk ki a Neptunusz Nap körüli keringési idejét!
A Neptunusz pályasugara a Földének 30-szorosa (a Neptunusz pályáját tekintsük körnek). 8 p.

Fizika K1A zh3 2014. dec. 10.

1. Mi a rezonancia?
Rajzoljon egy rezonanciagörbét. Mi van a tengelyeken? 6 p.

2. 35° hajlásszögű lejtőre 0,2 kg tömegű testet tettünk.
a.) Legalább mekkora a test és a lejtő közötti tapadási súrlódási együttható, ha test nem kezd el csúszni?
b.) A testet 8 m/s kezdősebességgel megindítjuk lefelé a lejtőn. A test és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható 0,2 és a testre a sebességének nagyságával arányos közegellenállási erő is hat, c = 0,4 kg/s. Mekkora lesz a test sebessége hosszú idő múlva? (A lejtő kellően hosszú.)
c.) Mit tudunk általában a közegellenállási erő nagyságáról, irányáról? Mi a stacionárius sebesség? 14 p.

3. Számoljuk ki a testre ható erők nagyságát és készítsünk arányos rajzot a testre ható erőkről az alábbi esetekre:
A: vízszintes síkú 108 m sugarú kanyarban 1200 kg össztömegű autó 30 m/s nagyságú állandó sebességgel megy (nem csúszik meg).
B: 2 m/s sebességgel lefelé mozgó, 8 m/s^2 gyorsulással felfelé gyorsuló liftben 3 kg tömegű táska van a padlón. A mozgást vizsgáljuk az épülethez rögzített vonatkoztatási rendszerben!
C: 2 m/s sebességgel felfelé mozgó, 6 m/s^2 gyorsulással felfelé gyorsuló liftben 2 kg tömegű táska van a padlón. A mozgást vizsgáljuk a lifttel együtt mozgó vonatkoztatási rendszerben!10 p.

4. Kúpinga és síkinga összehasonlítása
Rajzoljuk fel a testre ható erőket! (ne csak az irányukat adjuk meg, hanem a nagyságuk is legyen arányos!)
Fejezzük ki a kötélerő nagyságát mg-vel és a kötélnek a függőlegessel bezárt szögével a kúpinga tetszőleges pontjában, ill. síkingánál a maximális kitérésnél!
Vezessük le a periódusidőt mindkét mozgásnál!
Számoljuk ki a periódusidőt l = 80 cm hosszú kötél végéhez rögzített m = 12 dkg tömegű testre 1) síkingánál, illetve 2) kúpingánál, ha a kötél 28°-os szöget zár be a függőlegessel! 15 p.
<u>Extra kérdés (plusz 8 pontért)</u>:
Írjuk fel a mozgásegyenletet vektori alakban!
Írjuk fel a mozgásegyenletet polárkoordinátás komponensekben! (Hogy vesszük fel az egységvektorokat a kúpingánál, ill. a síkingánál?)

5. Kepler törvényei
Készítsünk rajzot is mindhárom törvény szemléltetésére!
Az Uránusz keringési ideje ≈84 (földi) év. Milyen távolságban kering az Uránusz a Nap körül?
(segítségül: a Nap felszínéről a Földre 8,3 perc alatt ér a fény) 15 p.

Fizika K1A zh3 2015. dec. 8.

1. A ’g’ nehézségi gyorsulás származtatása az általános tömegvonzási erőből:
- írjuk fel az általános tömegvonzási erőt egy Föld felszínén lévő ’m’ tömegű testre, adjuk meg az egyes mennyiségek jelentését, és fejezzük ki belőle ’g’ értékét;
- mitől és hogyan függ még ’g’ értéke? (14 p.)

2. Az alább felsorolt helyzetek mindegyikére rajzoljuk meg
- a testre ható összes erőt és az eredő erőt (a nagyságaik arányát szemléltetve),
- test gyorsulásvektorát és sebességvektorát: (36 p.)

A1: ferde hajítás felfelé szálló szakasza;
A2: ferde hajítás legfelső pontja;
A3: ferde hajítás lefelé szálló szakasza;
B1: függőleges helyzetű rugó egyensúlyi helyzete;
B2: függőleges helyzetű rugó egyensúlyi helyzeténél feljebb;
B3: függőleges helyzetű rugó egyensúlyi helyzeténél lejjebb;
C1: sík lejtőn súrlódás nélkül lecsúszó test;
C2: sík lejtőn súrlódva állandó sebességgel lecsúszó test;
C3: sík lejtőn állandó sebességgel felfelé tolt test (súrlódás nélkül);
D1: kúpinga;
D2: síkinga a maximális kilendülésnél;
D3: síkinga a legalsó pontban.

3. Írjuk fel a testre ható állandó erő által végzett munkát, ha a test egyenes pályán elmozdul
- az **F** erővektorral és a Δ**r** elmozdulásvektorral kifejezve;
- a vektorok abszolút értékével kifejezve!

Egy H = 2 m magasságú, $\alpha = 30°$ hajlásszögű lejtőn lecsúszik egy m = 0,8 kg tömegű test, a csúszási súrlódási együttható $\mu = 0{,}2$. $g \approx 10\ m/s^2$. Számoljuk ki a
- nehézségi erő;
- súrlódási erő;
- lejtő által kifejtett nyomóerő

által végzett munkát! (10 p.)