1. Mechanika

Igaz-e, hogy

- egy pontos rugós erőmérő rugójának a hossza bizonyos határokon belül arányos a rá ható erővel?

NEM IGAZ, nem a *hossza*, hanem a *megnyúlása* arányos.

- ha van két egyforma hosszú és egyforma k_1 rugóállandójú rugónk, és az egyiket a másik végéhez toldjuk, akkor az így kapott rugó k rugóállandója az egyes rugókénak kétszerese lesz ($k = 2\ k_1$)?

NEM IGAZ, a fele lesz.
Magyarázat: Egy rugóra: $k_1 = F/\Delta\ell$.
Adott erő mindkét rugón létrehoz $\Delta\ell = F/k_1$ megnyúlást, vagyis
$k = F/(2\cdot\Delta\ell) = ½\ (F/\Delta\ell) = ½\ k_1$.

- harmonikus rezgőmozgásnál a rezgésidő az amplitúdó négyzetgyökével egyenesen arányos?

NEM IGAZ, a rezgésidő és az amplitúdó függetlenek egymástól (a rezgésidő a tömegtől és a rugóállandótól függ, az amplitúdó pedig a kezdeti helytől és sebességtől).

- a rugóállandót kétszeresére növelve, a rugó végén lévő tömegpont tömegét pedig felére csökkentve harmonikus rezgőmozgás esetén a periódusidő is a felére csökken?

IGAZ, mivel $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, így

$$2\pi\sqrt{\frac{m/2}{2k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{4}\cdot\frac{m}{k}} = \frac{1}{2}\left(2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\right) = \frac{T}{2}.$$

- egy harmonikus rezgőmozgás periódusideje független a rezgés amplitúdójától?

IGAZ: a periódusidőt a rugóállandó és a tömeg határozza meg, az amplitúdó pedig a kezdőfeltételektől (x_0, v_0) függ.

- síkinga lengésideje egyenesen arányos az inga hosszával?

NEM IGAZ, az inga hosszának négyzetgyökével arányos, mivel $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, tehát $T \sim \sqrt{l}$.

- egy körmozgás vetülete egy olyan síkra, amely merőleges a kör síkjára, mindig harmonikus rezgőmozgásnak tekinthető?

NEM IGAZ, csak akkor, ha a körmozgás egyenletes, azaz ω = konst.
(Különben eltérő idő alatt jutna vissza a test ugyanabba a fázisba; a kitérést leíró $x = A\cos(\omega t+\varphi_0)$ függvényben ω – és így T – értéke nem lenne állandó.)

M1) Kísérleteinkhez egyforma m tömegű csavarok és k rugóállandójú (elhanyagolható tömegű) rugók állnak a rendelkezésünkre. Ha 1 rugó végére 1 db csavart helyezünk, akkor a mért rezgésidő T. Hányszorosára változik ennek a periódusidőnek a periódusidő akkor, ha

a) N darab csavart teszünk egyetlen rugó végére?

Mivel $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, így ha a tömeg N-szeresére nő, akkor a periódusidő $\sqrt{N}$-szeresére nő.

b) egyetlen csavart úgy függesztünk fel, hogy 2 rugót kötünk rá párhuzamosan?

A két párhuzamosan kötött rugót egy kétszer akkora rugóállandójú rugónak tekinthetjük, így a periódusidő $\sqrt{2}$-ed részére csökken.

c) N darab rugót összekötünk úgy, hogy az egyik rugó végét a másik rugó elejébe akasztjuk, majd ennek a végére egyetlen csavart teszünk?

Az N db egymás után kötött rugót egy olyan rugónak tekinthetjük, melynek rugóállandója N-ed része egy rugóénak, így a periódusidő $\sqrt{N}$-szeresére nő.

M2) Egy 81,5 cm hosszú matematikai inga lengésidejét 1,800 másodpercnek mértük 1 ms hibával 95 %-os konfidenciaszint mellett.

a) Mekkora nehézségi gyorsulás számítható ebből?

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \Rightarrow \quad \bar{g} = 9{,}93\ m/s^2$

b) Mekkora hibát okoz a nehézségi gyorsulásban az, hogy a lengésidőt csak 1 ms pontossággal ismerjük? Vajon megmagyarázza ez a mérés hibáját? (Tudjuk ugyanis, hogy amennyiben a mérés Magyarországon történt, akkor az eredménynek 9,81 m/s^2 körüli értéknek kellene lennie.) Ha nagyobb az eltérés, mint ami az időmérés hibájából várható, akkor vajon mi okozta azt?

Ilyen feladat nem várható, a Δg képletét nem kell megtanulni!

Az időmérés pontatlanságából eredő hiba

$$\Delta g = \bar{g}\sqrt{\left(\frac{\Delta \ell}{\ell}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta T}{T}\right)^2} = \bar{g}\cdot\left|2\frac{\Delta T}{T}\right| = 0{,}011\, m/s^2$$

ez egy nagyságrenddel kisebb a mért és a valódi érték eltérésénél (9,93-9,81= 0,12 m/s^2);
a nagy hibát a hosszmérés pontatlansága okozhatta

M3) Egy rugós erőmérőre csavarokat helyezve azt tapasztaljuk, hogy az első két csavar hatására még nem következik be megnyúlás, és csak 4 csavaros terhelés után tekinthető lineárisnak a terhelő tömeg – megnyúlás diagram. Innentől az erőmérő rugóállandója 5,0 N/m. 4 csavaros terhelésnél a rugó végének pozíciója 4,4 cm. Most ráfüggesztünk a mérlegünkre egy Túró Rudit és azt tapasztaljuk, hogy a rugó végének pozíciója 10,3 cm-re változott.

a) Mennyi a Túró Rudi tömege?

$m_{TúróRudi} \cdot g = k \cdot \Delta\ell$

$\Rightarrow \quad m_{TúróRudi} = k \cdot \Delta\ell / g =$

$= 5{,}0\cdot(10{,}3–4{,}4)\cdot10^{-2}/ 9{,}81 = 0{,}030\ kg = 3{,}0\ dkg.$

b) A 4 csavar és a rugó végén levő tartószerkezet tömege együttesen 60 g. Mennyi a rezgésideje ennek a rendszernek, és mennyire nő meg ez a Túró Rudi hatására?

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$m_{4\ csavar\ +\ tartó} = 0{,}060\ kg \quad \Rightarrow \quad T_1 = 0{,}688\ s$

$m_{...+TúróRudi} = 0{,}090\ kg \quad \Rightarrow \quad T_2 = 0{,}843\ s$

M4) Mechanika mérésen matematikai inga lengésidejéből számolják ki a hallgatók a nehézségi gyorsulás értékét. Az inga hossza ℓ = 36,0 cm, a mért lengésidők

1,24 s 1,24 s 1,25 s 1,22 s 1,24 s 1,23 s

a) Adjuk meg a lengésidőt és hibáját 90 %-os konfidenciaszinten!

$\bar{T} = 1{,}23\dot{6}\ s$

$s_{\bar{T}} = \sqrt{\frac{0{,}0005333}{6 \cdot 5}} = 0{,}004216\ s$

a Student-táblázatból t = 2,015

$\Delta T = t \cdot s_{\bar{T}} = 0{,}00849599$ s

tehát T = (1,2367 ± 0,0085) s

b) Adjuk meg az így számított nehézségi gyorsulás értékét!

$\bar{g} = 9{,}29\ m/s^2$

M5) Egy ℓ_0 = 22 cm hosszú, k = 4,2 N/m rugóállandójú rugóra m tömegű testet akasztunk, meghúzzuk lefelé $\Delta\ell$ = 12 cm-t, elengedjük, és megmérjük 10 rezgés idejét: t_{10} = 8,0 s.

a) Mekkora a rugó végére akasztott test tömege? m = 68 g

b) Mennyi lenne 10 rezgés ideje, ha kétszer akkora tömeget akasztanánk a rugó végére? (A rugót kezdetben ugyanannyival húzzuk ki.)

$T_{2m} = \sqrt{2} \cdot T = 1{,}13$ s

M6) Neil Armstrong a Hold felszínén egy ℓ = 26,0 cm hosszú matematikai inga lengésidejét 2,50 s-nak mérte. Mekkora nehézségi gyorsulás számítható ebből?

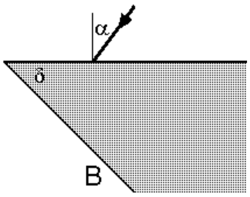
2. Optika

Igaz-e, hogy

- a beeső ill. a visszavert fénysugárnak a beesési merőlegessel bezárt szögére érvényes a Snellius-Descartes törvény?	NEM IGAZ, a Snellius-Descartes törvény fény*törés*re érvényes.
- a fény mindig egyenes vonalban terjed?	NEM IGAZ, csak akkor, ha a közeg törésmutatója nem függ a helytől.
- ha a fény egy nagyobb törésmutatójú közegből lép át egy kisebb törésmutatójú közegbe, a törési szög nagyobb a beesési szögnél?	IGAZ, sinβ= n·sinα, n>1, rajz. Ilyenkor α a beesési szög, β a törési szög, β > α.
- ha a fény egy nagyobb törésmutatójú közegből lép át egy kisebb törésmutatójú közegbe, a beesési szöget növelve elérhetjük, hogy a fény ne jusson át a kisebb törésmutatójú közegbe?	IGAZ Indoklás: sinβ = n·sinα , n>1 Mivel a nagyobb törésmutatójú közegből lép át a kisebb törésmutatójú közegbe, a törési szög nagyobb a beesési szögnél (most α a beesési szög, β a törési szög, β > α). sinβ ≤ 1, vagyis n·sinα ≤ 1, sinα ≤ 1/n. sinα > 1/n esetén a fény már nem lép ki az optikailag sűrűbb közegből.

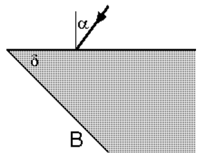
- domború tükörnél mindig virtuális kép keletkezik?	IGAZ (rajz)
- homorú tükörnél mindig virtuális kép keletkezik?	NEM IGAZ (rajz)
- domború lencsénél mindig virtuális kép keletkezik?	NEM IGAZ (rajz)
- homorú lencsénél mindig virtuális kép keletkezik?	IGAZ (rajz)
- homorú tükör optikai tengelyével párhuzamos sugarak önmagukban verődnek vissza?	NEM IGAZ, az optikai tengellyel párhuzamos sugarak a fókuszponton mennek át.

O1) Mekkora a δ szög, ha 36°-nál kisebb α beesési szög esetén már nem lép ki fénysugár a B élen? A törésmutató $n = 1{,}33$.



β az α-hoz tartozó törési szög:
$\sin\alpha = n\cdot\sin\beta \Rightarrow \sin\beta = \sin 36°/1{,}33 \Rightarrow \beta \approx 26{,}23°$
γ a teljes visszaverődés határszöge a B élen:
$\sin 90° = n\cdot\sin\gamma \Rightarrow \sin\gamma = 1/1{,}33 \Rightarrow \gamma \approx 48{,}75°$
δ a két szög összege (rajz!): $\delta \approx 75{,}0°$

O2) Ötször megmértük azt az α beesési szöget, amely esetén már nem lép ki fénysugár a B élen. A következő értékeket kaptuk:
33,8° 34,3° 33,8° 33,9° 34,2°



a) Adjuk meg az α beesési szög értékét a 95 %-os konfidenciaszinthez tartozó hibaintervallummal együtt!

$\overline{\alpha} = 34{,}00°$, $s_{\overline{T}} = \sqrt{\frac{0{,}2200}{5\cdot 4}} = 0{,}004216$

$s_{\overline{\alpha}} = \sqrt{\frac{0{,}22}{4\cdot 5}} \approx 0{,}10488$, $t = 2{,}776$,

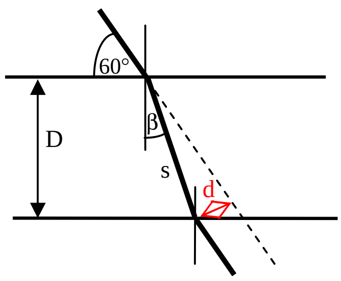
$\Delta\alpha \approx 0{,}29115°$ $\alpha = 34{,}00° \pm 0{,}29°$

b) Számoljuk ki az átlagos α értékből a δ szöget, ha a törésmutató $n = 1{,}58$!

β az α-hoz tartozó törési szög:
$\sin\alpha = n\cdot\sin\beta \Rightarrow \sin\beta = \sin 34°/1{,}58 \Rightarrow \beta \approx 20{,}73°$
γ a teljes visszaverődés határszöge a B élen:
$\sin 90° = n\cdot\sin\gamma \Rightarrow \sin\gamma = 1/1{,}58 \Rightarrow \gamma \approx 39{,}27°$
δ a két szög összege (rajz!): $\delta \approx 60{,}0°$

O3) Mennyivel tolódik el a lézersugár, amíg átjut egy gyémántdarabkán, ha annak két, egymástól 3 mm-re lévő párhuzamos lapja között hatol át? A belépő lézersugár a lappal 60°-os szöget zár be. A gyémánt levegőre vonatkoztatott törésmutatója 2,413.

A beesési szög 90°–60° = 30°.
A törési törvény beeséskor
$\sin 30° / \sin\beta = 2{,}413 \Rightarrow \beta = 11{,}96°$.



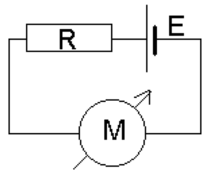
A fénysugár útja az üvegben $s = D/\cos\beta \approx 3{,}07$ mm;
a lézersugár eltolódása $d = \sin(30°-\beta)\cdot s \approx 0{,}95$ mm.

3. Egyenáram

Igaz-e, hogy

- két ellenállás soros eredője mindig nagyobb, mint közülük a nagyobb ellenállás értéke?	IGAZ, mivel $R_s = R_1 + R_2$ $\Rightarrow$ R_s nagyobb mindkettőnél.
- két ellenállás párhuzamos eredője mindig kisebb, mint közülük a kisebb ellenállás értéke?	IGAZ, mivel $1/R_p = 1/R_1 + 1/R_2$ $\Rightarrow$ $1/R_p > 1/R_1$ és $1/R_p > 1/R_1$ $\Rightarrow$ $R_p < R_1$ és $R_p < R_2$, kisebb mindkettőnél.
- három párhuzamosan kapcsolt ellenállás eredője kisebb a legnagyobbnál, de nagyobb a legkisebbnél?	NEM IGAZ, a párhuzamos eredő mindig kisebb a legkisebbnél is: $1/R_p = \Sigma(1/R_i)$ $\Rightarrow$ $1/R_p > 1/R_i$ $\Rightarrow$ $R_p < R_i$.
- négy darab 10 ohmos ellenállást össze lehet úgy kapcsolni, hogy az eredő 10 ohmos legyen?	IGAZ, pl. 2-2 sorosan kötött ellenállást párhuzamosan kötve (rajz, számolás)
- egy potenciométer két oldala ellenállásának összege a csúszka helyzetétől független állandó érték?	IGAZ, a csúszka csak kettéosztja a két fix kivezetés közötti ellenállást (a két ellenállás összege a potenciométer összellenállása)
- voltmérőt párhuzamosan kell bekötni arra két pontra, ami között mérni akarjuk a feszültséget?	IGAZ, így kapja ő is azt a feszültséget, amit mérni kívánunk (a párhuzamosan kötött elemeken a feszültség megegyezik).
- az ampermérőt sorosan kell bekötni?	IGAZ, mert a sorosan kötött áramköri elemeken folyik át ugyanaz az áram.
- soros áramkörszabályozásnál a kör ellenállásának növelésével növeljük a körben folyó áramot?	NEM IGAZ, a kör ellenállásának növelésével az áram értéke csökken ($I = E / R_{eredő}$).
- a reális telep feszültsége független attól, hogy milyen áramkörbe van bekötve?	NEM IGAZ. A kapocsfeszültség $U_k = E - I{\cdot}R_b$, ez függ attól, hogy mekkora áram folyik át a belső ellenálláson, tehát függ attól, hogy mekkora a kör eredő ellenállása. ($I = E / (R_b+R_k)$, ahol R_b a telep belső ellenállása, R_k a kör eredő ellenállása; ezt behelyettesítve a U_k-ba azt kapjuk, hogy $U_k = I{\cdot}R_k$.)
- egy telep sarkain mérhető feszültség nem lehet nagyobb a telep elektromotoros erejénél?	IGAZ, mivel a kapocsfeszültség $U_k = E - I{\cdot}R_b$. (Olyan esetben, ha van másik telep is az áramkörben, akkor viszont megfordulhat az áram iránya, és olyankor lehet $U_k > E$.)
- egy telep kapocsfeszültsége (azaz a sarkain mérhető feszültség) csökken, ha a kör ellenállását úgy változtatjuk, hogy a telepen átfolyó áram nőjön?	IGAZ, mert a belső ellenállásán eső feszültség egyre nagyobb, és az vonódik le az elektromotoros erejéből ($U_k = E - I{\cdot}R_b$).

E1) A telep elektromotoros ereje E = 10 V, belső ellenállása 2 Ω; R = 88 Ω;
M egy univerzális V-A-Ω mérő digitális műszer.



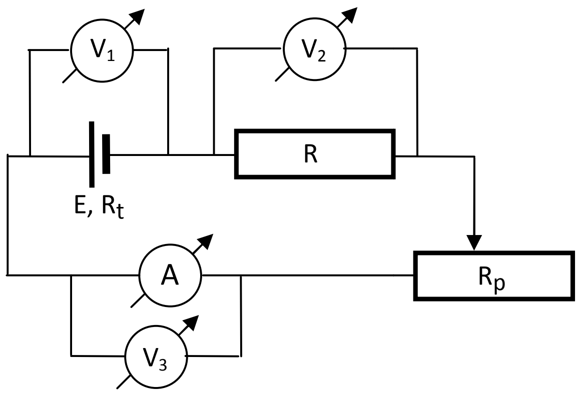
a) Mit mutat a műszer voltmérőként bekötve, ha ideális voltmérőnek tekintjük?

Ha M ideális voltmérő, akkor nem folyik áram a körben, és a műszer a telep elektromotoros erejét mutatja, azaz 10 V-ot.

b) Mekkora áramerősséget mutat a műszer, ha ampermérőként kötjük be, és 200 mA-es méréshatárú árammérő állásba kapcsoljuk, ahol a belső ellenállása 10 Ω?

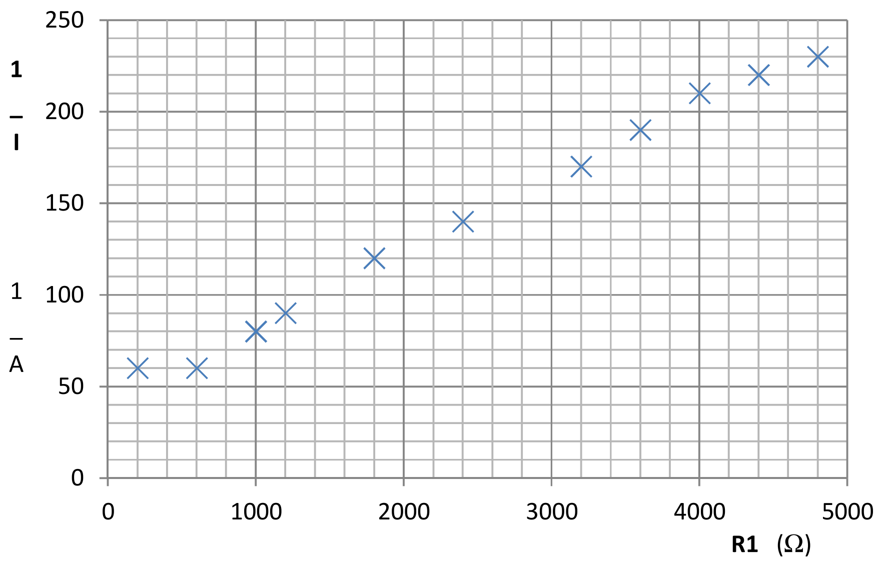
Ekkor a körben folyó áram
$I = E / (R_b + R + R_A) =$
$= 10 / (2+88+10) = 0{,}1$ A = 100 mA

E2)



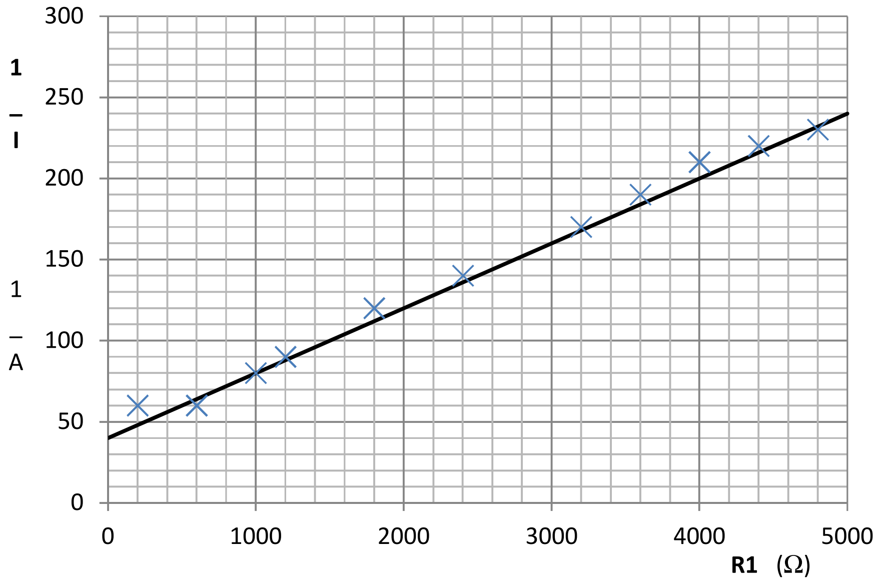
Az ábra szerinti áramkörben
a telep elektromotoros ereje
és belső ellenállása ismeretlen,
az állandó ellenállás értéke R = 800 Ω,
a potenciométer összellenállása R_p = 5000 Ω,
a műszerek ideálisak.

A diagramon a mért áram reciprokát ábrázoltuk a potenciométer R_1 ellenállásának függvényében (1/I 1/A-ben, R_1 Ω-ban van ábrázolva).



a) Olvassuk le a diagramról az egyenes meredekségét mértékegységgel együtt!

az egyenes meredeksége
$a = \Delta(1/I) / \Delta(R_1) = ((240–40)\ 1/A) / (5000–0)\ \Omega =$
$= 200/5000\ 1/(A\cdot\Omega) = 0,04\ 1/V$.



b) Számoljuk ki a telep elektromotoros erejét!

A meredekség $a = 1/E$ → $E = 1/a = 1/0,04 = 25$ V.

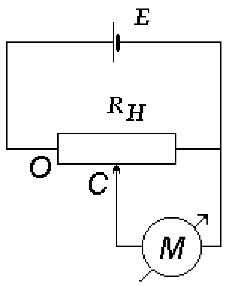
c) A tengelymetszetből számoljuk ki a telep belső ellenállását!

$R_1 = 0$-nál a diagramról $1/I = 40$ 1/A.
Ilyenkor folyik a legnagyobb áram a körben, mert az eredő ellenállás ekkor a legkisebb: $R_e = R + R_t$,
tehát ekkor $I = E / (R + R_t)$
→ $1/I = (R + R_t) / E = (800+R_t) / 25 = 40$ → $R_t = 200\ \Omega$.

d) Mit mutatnak a műszerek, ha a potenciométer csúszkája középen áll?

Ha a potenciométer csúszkája középen áll,
akkor $R_1 = 5000/2 = 2500\ \Omega$.
Az áram reciproka leolvasható a diagramról: $1/I = 140$ 1/A
→ $I = 1/140 = 0,00714$ A = 7,14 mA;
vagy az áram kiszámolható:
$I = E / (R + R_t + R_1) = 25/(800+200+2500) = 25/3500 =$
$= 0,00714$ A, ennyit mutat az ampermérő.
A V_3 voltmérő zérust mutat, mivel az ampermérő ideális (zérus ellenállású, így $U_A = R_A\cdot I = 0$).
A V_2 voltmérő az R-en eső feszültséget méri:
$U_2 = R\cdot I = 800\cdot 0,00714 = 5,71$ V-ot mutat.
A V_1 voltmérő a telep kapocsfeszültségét méri:
$U_k = E – R_t\cdot I = 25 – 200\cdot 0,00714 = 23,57$ V.

E3)



A telep elektromotoros ereje E = 10 V, belső ellenállása elhanyagolható.
A potenciométer összellenállása 1000 Ω.
A csúszó a potenciométer felénél áll.
Mit mutat az univerzális műszer voltmérőként, illetve ampermérőként kapcsolva, ha mindkét esetben ideális műszernek tekinthető?

Megoldás:

Voltmérőként:
ideális voltmérőn nem folyik áram, vagyis most áram csak a potenciométeren folyik:
10 V / 1000 Ω = 0,01 A.
A műszer a potenciométer felén eső feszültséget mutatja: U = 500·0,01 = 5 V.

Ampermérőként:
ideális ampermérő ellenállása zérus, vagyis most rövidre zárja a vele párhuzamosan kötött potenciométer-részt, azon nem folyik áram.
Így a körben folyó áram:
10 V / 500 Ω = 0,02 A.

4. Hőmérsékletmérés

Igaz-e, hogy

– ha egy hőmérőt 20 °C-os szobahőmérsékletről 100 °C-os vízbe rakunk, akkor hamarabb éri el a 40 °C-ot, mint akkor, ha ugyanazt a hőmérőt csak 80 °C-os vízbe raknánk?

IGAZ, mert a hőmérsékletváltozás sebessége arányos a kezdeti hőmérsékletkülönbséggel, ami az első esetben nagyobb (80 °C, a második esetben meg csak 60 °C).

– ha egy hőmérőt 20 °C-os szobahőmérsékletről 100 °C-os vízbe rakunk, akkor hamarabb éri el a 60 °C-ot, mint ahogy elérné az 50 °C-ot, ha 80 °C-os vízbe raknánk?

NEM IGAZ, mindkét esetben a felére csökken a kezdeti hőmérsékletkülönbség és ehhez ugyanannyi idő kell.

– a felezési idő kétszer akkora, mint a negyedelési idő?

NEM, a felezési idő alatt a hőmérséklet-különbség a felére, a negyedelési idő alatt a negyedére csökken, ami szükségszerűen hosszabb idő (kétszerese a felezési időnek).

– az időállandó az az idő, amikor az adott hőmérő leolvasási pontosságával elérjük a mérendő hőmérsékletet?

NEM IGAZ, az időállandó az az idő, ami alatt a hőmérsékletkülönbség a hőmérő és a közeg között az e-edrészére csökken.

– az időállandó az az idő, ami alatt a hőmérő hőmérséklete az e-ed részére csökken?

NEM IGAZ, nem a *hőmérséklete* csökken e-ed részére, hanem a hőmérő és a közeg közötti hőmérséklet*különbség.*

– egy hőmérő gyorsabban melegszik, ha forró (100 °C-os) vízbe tesszük, mint ha annak (szintén 100 °C-os) gőzébe?	IGAZ, mert vízben nagyobb a hőátadási együttható, ezért kisebb az időállandó.
– egy ellenálláshőmérő ellenállása felmelegedési görbe felvételekor nő, lehűlési görbe felvételekor csökken?	IGAZ, az ellenállás a hőmérséklettel lineárisan nő ill. csökken: $R(T) = R_0\ (\ 1 + \beta\ (T–T_0)\ )$.
– lehűlési görbe felvételekor ellenálláshőmérővel negatív ellenállásokat mérünk?	NEM IGAZ, negatív ellenállás nem létezik! Lehűléskor az ellenállás csökken (és 0 K-hez közeledve zérushoz tart: ez a szupravezetés).
– ha egy termoelem hidegpontja 0 °C-os jeges vízben van és a 23 °C-os (szobahőmérsékletű) melegpontját betesszük a hidegpont mellé a vízbe, akkor a termofeszültség zérushoz fog tartani?	IGAZ: a meleg- és hidegpont közötti hőmérsékletkülönbség zérushoz tart, és a termofeszültség ezzel arányos: $\varepsilon = a \cdot (\ T_M – T_H\ )$.
– termoelem feszültsége soha nem lehet negatív?	NEM IGAZ, lehet negatív, ha a „hidegpont” melegebb, mint a „melegpont”.

A Newton-féle hőátadási törvény: T – t diagramot RAJZOLNI!!!

$\Delta T(t) = \Delta T_0 \cdot e^{-t/\tau}$ ahol

felmelegedéskor $\Delta T_0 = T_k – T_0$, és t időben $\Delta T(t) = T_k – T(t)$

lehűléskor $\Delta T_0 = T_0 – T_k$, és t időben $\Delta T(t) = T(t) – T_k$

T_k a közeg hőmérséklete,

T_0 a hőmérő kiindulási hőmérséklete,

$T(t)$ a hőmérő hőmérséklete a t időben,

τ az időállandó.

H1) Ellenálláshőmérő ellenállása 20 °C-on 108,0 Ω, 25 °C-on 110,0 Ω. Mennyi az ellenállása 45 °C-on?

$R(T) = R(T_0)\ (1 + \beta\ (T–T_0))$; legyen T_0 = 0 °C:

$108{,}0 = R_0\ (1+\beta\cdot 20)$ és $110{,}0 = R_0\ (1+\beta\cdot 25)$

$\Rightarrow$ $\beta = 0{,}004\ ^\circ C^{-1}$ és $R_0 = 100{,}0\ \Omega$

$\Rightarrow$ $R(45) = 100{,}0\ (1 + 0{,}004\cdot 45) = 118{,}0\ \Omega$.

H2) Jeges (0 °C-os) vízből forrásban lévő (100 °C-os) vízbe tesszük a hőmérőnket. Fél perc múlva 50 °C-ot mutat. Mennyit mutat újabb fél perc múlva?

A kezdeti 100 °C különbség fél perc alatt 50 °C-ra csökken, feleződik, vagyis a felezési idő fél perc; újabb fél perc alatt a 100 °C és az 50 °C közötti különbség feleződik meg, vagyis 75 °C-ot.

H3) Egy lábasban 20 °C-os tejet 220 °C-os főzőlapra téve akarunk felforralni. A tejet folyamatosan keverjük, hogy ki ne fusson. A tej 1 perc múlva 43,5 °C-os. Mennyi idő alatt forr fel?

T_0 = 20 °C, T_k = 220 °C,

t = 1 perc-nél $T(t)$ = 43,5 °C , azaz

$220–43{,}5 = (220–20)\cdot e^{-1/\tau}$

$\Rightarrow$ τ = 8,0 perc az időállandó

$T(t^*)$ = 100 °C: $220–100 = (220–20)\cdot e^{-t^*/8{,}0}$

$\Rightarrow$ t^* = 4,1 perc alatt forr fel

H4) a) Hány fokos „láza” van Katának, ha egy 2 perc időállandójú lázmérővel méri a hőmérsékletét, ami a mérés kezdetekor 23,4 °C-os volt, és 3 perc után 36,2 °C-ot mutat?

T_0 = 23,4 °C, t = 3 perc,
T(t) = 36,2 °C, τ = 2 perc
$T_K - 36{,}2 = (T_K - 23{,}4) \cdot e^{-3/2}$
$\Rightarrow$ T_K = 39,876 °C ≈ 39,9 °C

b) Hány fokot mutat újabb 3 perc múlva?

$39{,}9 - T(6) = (39{,}9 - 23{,}4) \cdot e^{-6/2}$
$\Rightarrow$ T(6) = 39,056 °C ≈ 39,1 °C

H5) Forrásban lévő (100 °C-os) vízből jeges (0 °C-os) vízbe tesszük a hőmérőnket. 25 s múlva 80 °C-ot mutat.

a) Mennyi a hőmérő időállandója?

T_0 = 100 °C, T_k = 0 °C, t = 25 s
T(t) = 80 °C $\Rightarrow$ τ ≈ 112,0355 s ≈ 112 s

b) Mikor mutat a hőmérő 40 °C-ot?

$T(t_2)$ = 40 °C $\Rightarrow$ t_2 = 102,657 s ≈ 103 s

H6) Mennyi idő alatt éri el a 22,2 °C-os higanyos lázmérő a beteg 39,2 °C-os hőmérsékletét 0,1 °C pontossággal, ha időállandója τ = 90 s?

T_0 = 22,2°C, T_k = 39,2°C, $\Delta T = T_k - T(t)$ = 0,1 °C,
azaz $0{,}1 = (39{,}2 - 22{,}2) \cdot e^{-t/\tau}$
$\Rightarrow$ t = 462 s = 7,7 perc.

H7) Egy higanyos lázmérő skálája 0,1°C pontossággal olvasható le. Jancsi azt figyelte meg, hogy ha a lázmérő kiindulási hőmérséklete a 24,0 °C-os szobahőmérséklet, és ő egészséges, azaz 36,2 °C hőmérsékletű, akkor 9,6 perc után a hőmérő már a 0,1 °C leolvasási pontossággal megközelíti az ő hőmérsékletét.

a) Mennyi a hőmérő időállandója?

$\Delta T = \Delta T_0 \cdot e^{-t/\tau}$
$0{,}1 = (36{,}2 - 24{,}0) \cdot e^{-9{,}6/\tau}$ $\Rightarrow$ τ = 1,9983 s ≈ 2,0 perc

b) Mennyi idő alatt érné el Jancsi hőmérsékletét ugyanez a hőmérő ugyancsak 24,0 °C-os szoba-hőmérsékletről indulva, ha Jancsinak 40,0 °C-os láza lenne?

$0{,}1 = (40{,}0 - 24{,}0) \cdot e^{-t/2{,}0}$ $\Rightarrow$ t ≈ 10,1 perc

H8) Termoelem hidegpontja jeges (0 °C-os) vízben van, meleg pontja a 23 °C-os szobában. A mért termofeszültség ekkor 0,92 mV. Áttesszük a melegpontot egy 160 °C-os termosztátba. Lehetséges-e, hogy 3 perc múlva 9,20 mV-ot mérünk?

A termofeszültség arányos a meleg- és a hidegpont hőmérsékletének különbségével:
$\varepsilon = a\,(T_M - T_H)$
0,920 = a (23 – 0) $\Rightarrow$ a = 0,040 mV/°C
160 °C-on ε = 0,040·(160 – 0) = 6,40 mV, tehát a termofeszültség legfeljebb ennyi lehet!