

1. Ismertesse az alábbi erőtörvényeket:

9 pont

	milyen kölcsönhatás esetén lép fel	nagysága	iránya
általános tömegvonzási erő	<i>bármely két test között fellép</i>	$F = \gamma M_1 M_2 / r^2$ γ : univerzális állandó M_1, M_2 : tömegek r : a két test (tömegközéppontjának) távolsága	<i>vonzóerő a másik test felé</i>
lineáris rugalmas erő	<i>lineáris rugalmas test –pl. rugó– által a két végpontján kifejtett erő</i>	$F = -k x$ k : rugóállandó x : megnyúlás ($x = l - l_0$)	<i>a megnyúlással ellentétes irányú</i>
közegellenállási erő	<i>folyadékban, gázban mozgó testre ható erő</i>	<i>a test és a közeg relatív sebességétől függ, kis v esetén lineáris, nagy v esetén négyzetes közelítéssel élünk</i>	<i>a sebességgel ellentétes irányú</i>

2. Mit jelentenek az alábbi mennyiségek, fogalmak?

5×2 pont

- helyvektor: *az origóból az adott (tömeg)pontba mutató vektor*
- mozgásegyenlet: $m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, *az a differenciálegyenlet, aminek megoldásaként megkapjuk a test $\mathbf{r}(t)$ mozgásfüggvényét (úgy írjuk fel, hogy Newton II. axiómájába behelyettesítjük az erőket, és a gyorsulást a helyvektor második deriváltjaként írjuk fel)*
- skaláris szorzat: *két vektort úgy szorzunk össze, hogy eredményül skalárt kapjunk; a skaláris szorzat értéke a két vektor hosszának és a közbezárt szög koszinuszának szorzata*
- tömeg: *a test tehetetlenségének mértéke*
- stacionárius: *időben állandó*

3. Melyik válasz helyes? Indokolja a választ!

3×2 pont

A. A sebességnek ill. a gyorsulásnak lehet-e a pályára merőleges komponense?

- a) csak a sebességnek lehet **b) csak a gyorsulásnak lehet** c) mindkettőnek lehet

a sebesség mindig érintő irányú, tehát annak nincs a pályára merőleges komponense, a gyorsulásnak pedig lehet mindkettő: az érintő irányú komponens a sebesség nagyságának változását, az arra merőleges pedig a sebesség irányának változását okozza

B. α hajlásszögű lejtőre m tömegű testet teszünk, a test és a lejtő közötti súrlódási együttható μ . A testet F erővel kell húzni a lejtővel párhuzamosan ahhoz, hogy a sebessége állandó legyen. Ha a testet ugyanekkor erővel most nem a lejtővel párhuzamosan húzzuk, hanem vízszintes erővel toljuk felfelé a lejtőn, akkor hogyan változik a súrlódási erő?

- a) nem változik **b) nő** c) csökken

a súrlódási erő a lejtő által a testre kifejtett nyomóerő konstansszorososa, és abban az esetben, ha a testet vízszintes erővel toljuk felfelé a lejtőn, a tolóerő lejtőre merőleges komponense miatt nagyobb lesz a lejtő által a testre kifejtett nyomóerő

C. Egy fekete meg egy fehér kocsi versenyez egymással. A színétől eltekintve a két autó egyforma. Mindkét autó 60 km/h-ról 120 km/h-ra gyorsít fel 5 s alatt. A fekete autó egyenes úton haladt, a fehér pedig egy 60 m sugarú köríven. Egyforma volt a két autó gyorsulása?

- a) igen b) nem, a feketéé nagyobb volt **c) nem, a fehéré nagyobb volt**

a két autó sebessége nagyságának változását okozó gyorsulása megegyezik (a_t), de a fehér autó gyorsulásának van egy erre merőleges gyorsuláskomponense is (a_{cp}), ami a sebesség irányának változását okozza, tehát az ő gyorsulása nagyobb ($a = \sqrt{a_t^2 + a_{cp}^2} > a_t$)

4. Egy személyautóval három különböző gyorsaságpróbát végeztek.

a) Az autó álló helyzetből indulva 19,3 s alatt érte el a 80 km/h sebességet.

$$a = \Delta v / \Delta t = (80/3,6)m/s / 19,3 s \approx 1,15 m/s^2$$

b) Álló helyzetből indulva egyenletes gyorsulással 24,5 s alatt tett meg 400 m távolságot.

$$s = \frac{1}{2} at^2 \rightarrow a = 2s/t^2 = 2 \cdot 400 / 24,5^2 \approx 1,33 m/s^2$$

c) 15 s alatt növelte sebességét 60 km/h-ról 90 km/h-ra.

$$a = \Delta v / \Delta t = ((90-60)/3,6)m/s / 15 s \approx 0,56 m/s^2$$

Mennyi volt az átlagos gyorsulás egy-egy kísérletben?

6 pont

5. 3,75 m magasról függőlegesen felfelé eldobtunk egy 0,6 kg tömegű követ. 0,8 s múlva a kő lefelé esik 3 m/s sebességgel.

a) Mekkora volt a kő kezdősebessége?

$$v = v_0 - gt, v = -3 m/s \text{ (mert lefelé mozog)} \rightarrow v_0 = v + gt = -3 + 10 \cdot 0,8 = 5 m/s$$

b) Milyen magasan van 0,8 s-mal a feldobása után?

$$z = z_0 + v_0 t - \frac{1}{2} gt^2 = 3,75 + 5 \cdot 0,8 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,8^2 = 4,55 m$$

c) Milyen maximális magasságot ér el?

$$z_{max} = z_0 + v_0^2 / 2g = 3,75 + 5^2 / (2 \cdot 10) = 5 m$$

d) Mikor ér földet?

$$a \quad z = z_0 + v_0 t - \frac{1}{2} gt^2 = 3,75 + 5t - \frac{1}{2} \cdot 10t^2 = 0 \text{ (másodfokú) egyenlet megoldásából } t = 1,5 s$$

e) Mennyi a sebessége földetéréskor?

10 pont

$$v(1,5) = v_0 - gt = 5 - 10 \cdot 1,5 = -10 m/s, \text{ azaz } 10 m/s \text{ lefelé}$$

6. Pistinek van két egyforma rugója. Ha egyenként a plafonhoz rögzíti a végüket, akkor a bakancsát ráakasztva 16 cm-rel nyúlik meg egyik ill. másik rugó is. Utána a két rugót sorosan köti (az egyiket a plafonhoz, a másikat az első végéhez rögzíti), és mindkét bakancsát ráakasztja. Mennyire nyúlik meg összesen a két rugó? 5 pont

Egy rugó egy bakancs hatására 16 cm-t nyúlik meg, két bakancs hatására 32 cm-t; a két rugó egyforma, mindkét rugó megnyúlik 32 cm-t, tehát a két rugó összesen 64 cm-t nyúlik meg.

Vagy: egy rugó megnyúlása egy bakancs hatására $\Delta l = m_{\text{bakancs}} \cdot g / k$.

a két sorosan kötött rugó összes megnyúlása $\Delta l_{\text{össz}} = m_{\text{össz}} \cdot g / k_{\text{eredő}}$.

$m_{\text{össz}} = 2m_{\text{bakancs}}$, $k_{\text{eredő}} = \frac{1}{2} k$, mivel a két rugó sorosan van kötve,

tehát $\Delta l_{\text{össz}} = 2m_{\text{bakancs}} \cdot g / (\frac{1}{2} k) = 4 (m_{\text{bakancs}} \cdot g / k) = 4 \cdot \Delta l = 64 \text{ cm}$

7. Függőlegesen fellógatunk egy $l_0 = 46 \text{ cm}$ hosszú, $k = 16 \text{ N/m}$ rugóállandójú rugót, a végére akasztunk egy $m = 0,2 \text{ kg}$ tömegű testet, majd meghúzzuk úgy, hogy a test a rugó felső rögzítési pontjától 64 cm -re legyen és ott elengedjük a testet. Mekkora lesz a létrejövő rezgés periódusideje, amplitúdója, és a test maximális sebessége? 10 pont

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{16 \text{ N/m}}{0,2 \text{ kg}}} \approx 8,94 \text{ s}^{-1}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 0,7 \text{ s}$$

Ha a rugó végére akasztjuk a testet, a rugó megnyúlik $\Delta l = mg/k = 0,2 \cdot 10/16 = 0,125 \text{ m}$ -t, tehát a rezgés egyensúlyi helyzete $l_0 + \Delta l = 0,46 + 0,125 = 0,585 \text{ m}$ lesz; mi $0,64 \text{ m}$ -re húztuk ki a rugót, tehát a rezgés amplitúdója $A = l - (l_0 + \Delta l) = 0,055 \text{ m} = 5,5 \text{ cm}$ lesz.

$$v_{\text{max}} = A \cdot \omega = 0,055 \cdot 8,94 \approx 0,49 \text{ m/s}.$$

8. A lejtőre helyezett m tömegű testet egy kötéllel tartjuk függőleges irányú $F_k = \frac{1}{2} mg$ erővel. A testre tapadási súrlódási erő is hat, így nem kezd el csúszni. Szerkesszük meg a testre a lejtő által kifejtett nyomóerőt és a tapadási súrlódási erőt! 4 pont

Ha a test nem kezd el csúszni, akkor az eredő erő zérus:

$$mg + F_k + F_{ny} + F_t = mg - \frac{1}{2} mg + F_{ny} + F_t = 0 \rightarrow F_{ny} + F_t = -\frac{1}{2} mg,$$

azaz a nyomóerő és a tapadási súrlódási erő eredője függőlegesen felfelé mutat és nagysága $\frac{1}{2} mg$, vagyis pont akkora, mint a kötél erő.

A testre a lejtő által kifejtett nyomóerő a lejtőre merőleges (a lejtőtől „elfelé” mutat), a tapadási súrlódási erő a lejtő síkjában hat (felfelé), a rajz tehát úgy néz ki, mintha a kötél erőt bontottuk volna fel lejtővel párhuzamos és lejtőre merőleges komponensekre.

(Az erők nagyságát is könnyen ki lehet számolni: $F_{ny} = \frac{1}{2} mg \cos \alpha$, $F_t = \frac{1}{2} mg \sin \alpha$.)

