

1. Mi a különbség vonatkoztatási rendszer, koordinátarendszer és inerciarendszer között? **6 pont**

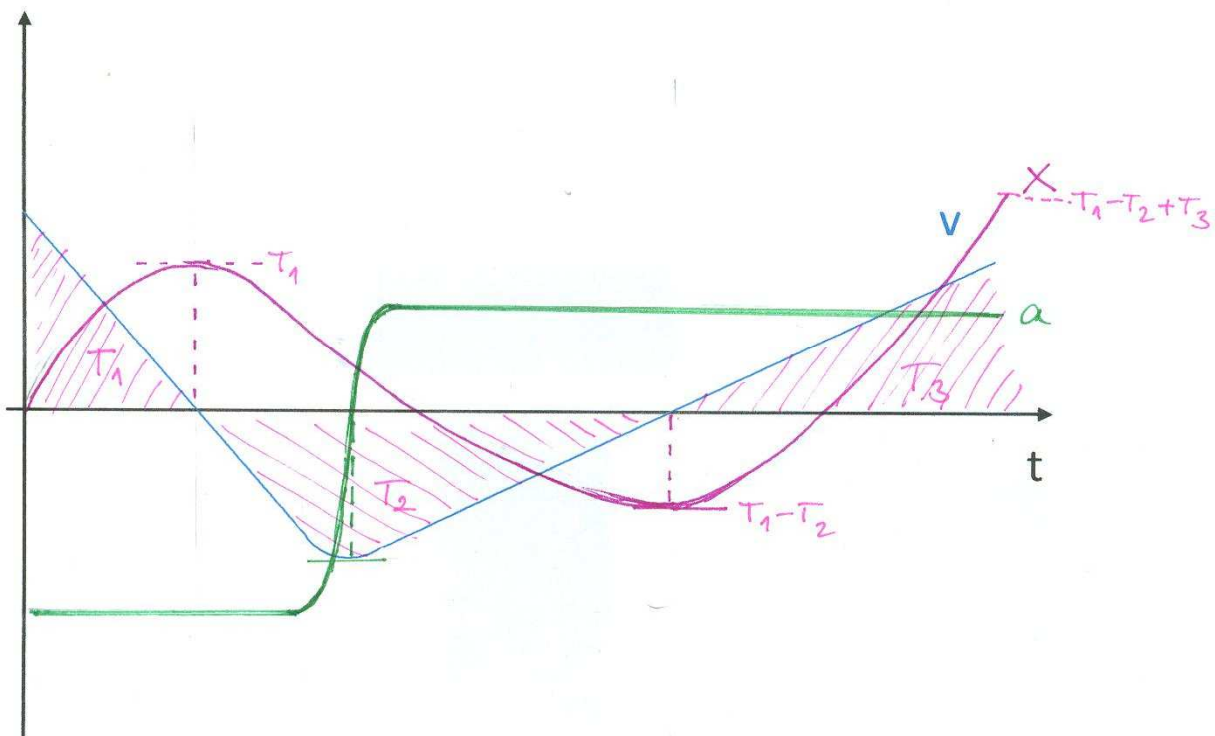
Mo. A vonatkoztatási rendszer rögzítésével még csak azt mondjuk meg, hogy mihez képest adjuk meg a testek helyét, de a hely megadásának számszerűsítéséhez koordinátarendszert kell elhelyezni a vonatkoztatási rendszerhez kötötten. Egy vonatkoztatási rendszerhez végtelen sok koordinátarendszer rendelhető, amik eltérőek lehetnek típusukban (Descartes, polár, stb) ill. az origó helyében, az egységvektorok irányának megválasztásában; de az egymáshoz képest nyugvó koordinátarendszerek ugyanahhoz a vonatkoztatási rendszerhez tartoznak.

Az inerciarendszer olyan vonatkoztatási rendszer, amelyben teljesül Newton I. axiómája (azaz a magára hagyott test sebessége állandó).

2. Az ábrán adott egy $t = 0$ időben az origóból induló, az x tengely mentén mozgó test sebessége az idő függvényében. Rajzoljuk be az ábrába a test x koordinátáját és a test gyorsulását! (Ezek léptéke tetszőleges lehet, de önmagukban legyenek arányosak.)

Mikor van a test legtávolabb az origótól?

7 pont



Mo. Mivel az $x(t)$ koordináta a $v(t)$ integrálja, ezért az értéke az adott t -ben a $v(t)$ alatti addigi területtel arányos (a t tengely alatti területek negatívak!), így a test legtávolabb az origótól vagy ott van, ahol v metszi a t tengelyt, vagy a legnagyobb időnél, attól függően, hogy pontosan mekkorák az értékek (itt egyébként a legnagyobb időnél).

3. Szabadon eső test sebessége egy pontban 5 m/s, egy másik pontban 8 m/s. Mekkora a két pont között a távolság? $g \approx 10 \text{ m/s}^2$

5 pont

Mo. $v = gt$, $s = \frac{1}{2} gt^2$

$v_1 = 5 \text{ m/s}$ -ot $t_1 = v_1/g = 5/10 = 0,5 \text{ s}$ alatt,

$v_2 = 8 \text{ m/s}$ -ot $t_2 = v_2/g = 8/10 = 0,8 \text{ s}$ alatt ér el a test.

t_1 idő alatt $s_1 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,5^2 = 1,25 \text{ m}$ utat,

t_2 idő alatt $s_2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,8^2 = 3,2 \text{ m}$ utat tesz meg a test,

a két pont távolsága $d = 3,2 - 1,25 = 1,95 \text{ m}$.

Vagy: $d = v_1(t_2 - t_1) + \frac{1}{2} g (t_2 - t_1)^2 = 5 \cdot 0,3 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,3^2 = 1,5 + 0,45 = 1,95 \text{ m}$.

4. Ha a Hold felszínén függőlegesen feldobunk egy 3 kg tömegű testet 10 m/s kezdősebességgel, az 30 m magasra emelkedik. Határozzuk meg a testre ható erőt

- emelkedés közben;
- 30 m magasan;
- esés közben!

6 pont

Mo. A test mozgása függőleges hajítás, mindvégig egyetlen erő hat rá: a Hold által kifejtett gravitációs erő, $F = m \cdot g_{\text{Hold}}$. (A közegellenállás elhanyagolható, a Holdnak nincs légköre.)

g_{Hold} meghatározható abból, hogy a hajítás magassága $h = v_0^2 / (2g_{\text{Hold}})$, azaz

$g_{\text{Hold}} = v_0^2 / (2h) = 10^2 / (2 \cdot 30) = 5/3 \approx 1,67 \text{ m/s}^2$ (a földi érték egyhatoda),

a testre ható erő $F = 3 \cdot (5/3) = 5 \text{ N}$ mindhárom esetben.

5. Egy test sebessége egy adott pillanatban $\mathbf{v} = 3 \mathbf{i} - 2 \mathbf{j} + 5 \mathbf{k}$ (m/s).

A testre két (állandó nagyságú) erő hat, az egyik $\mathbf{F}_1 = -4 \mathbf{i} + 2 \mathbf{k}$ (N),

a másik $\mathbf{F}_2 = 2 \mathbf{i} - 3 \mathbf{j} + F_{2z} \mathbf{k}$ (N).

Lehetséges-e, hogy az adott pillanatban a test sebességének nagysága nem változik? Ha nem, bizonyítsuk be, miért nem; ha igen, határozzuk meg F_{2z} értékét ennek megfelelően. 6 pont

Mo. Kétféleképpen fordulhatna elő, hogy a test sebessége ne változzon:

1. A testre ható eredő erő zérus, tehát a test gyorsulása zérus. Ez most nem lehetséges, mivel

$$\mathbf{F}_e = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (-4+2) \mathbf{i} + (0-3) \mathbf{j} + (2+F_{2z}) \mathbf{k} = -2 \mathbf{i} - 3 \mathbf{j} + (2+F_{2z}) \mathbf{k} \neq \mathbf{0}$$

2. A testre ható eredő erő nem zérus, tehát a test gyorsul, de a test gyorsulása merőleges a test sebességére, ezért annak nagysága nem változik, csak az iránya.

Ha \mathbf{F}_e és \mathbf{v} merőlegesek, akkor a skalárszorzatuk zérus:

$$\mathbf{F}_e \cdot \mathbf{v} = (-2) \cdot 3 + (-3) \cdot (-2) + (2+F_{2z}) \cdot 5 = 0 \rightarrow F_{2z} = -2 \text{ [N]}$$

6. Anasztázia el akar tolni egy szekrényt. A súrlódási együtthatók a következők:

	padló - szekrény	padló - Anasztázia
tapadási	$\mu_{t,sz} = 0,5$	$\mu_{t,A} = 0,7$
csúszási	$\mu_{s,sz} = 0,3$	$\mu_{s,A} = 0,4$

A tömegek: Anasztázia $m_A = 80$ kg, szekrény $m_{sz} = 100$ kg. $g \approx 10$ m/s²

Anasztázia egyenletesen növeli az erőt, amivel próbálja a szekrényt eltolni.

- Mekkora erőnél fog megindulni a szekrény?
- Mekkora lesz a szekrény gyorsulása, ha Anasztázia továbbra is ugyanekkora erővel tolja a szekrényt?
- Mekkora erővel kell a szekrényt tolnia, hogy az egyenletesen csússzon?
- Készítsünk vázlatos, de arányos rajzot a testekre (szekrény ill. Anasztázia) ható vízszintes irányú erőkről mindhárom esetre (azaz: a szekrény még nem mozdul meg, a szekrény gyorsulva csúszik, a szekrény egyenletesen csúszik).
- Mondjuk egy-egy példát, hogy az egyes Newton-axiómákat hol alkalmazzuk a fenti feladatban!
- Ha lefogyna Anasztázia 10 kg-ot, akkor is el tudná tolni a szekrényt? **14 pont**

Mo.

- A szekrény akkor kezd el gyorsulni, amikor az Anasztázia által kifejtett F_A erő eléri a szekrény és a padló közötti tapadási súrlódási erő maximális értékét: $F_A = F_{t,sz}$,
 $F_{t,sz} \leq \mu_{t,sz} m_{sz} g = 0,5 \cdot 100 \cdot 10 = 500$ N, tehát $F_A = 500$ N-nál indul meg a szekrény.
- A szekrényt tolja Anasztázia $F_A = 500$ N erővel és fékezi a csúszási súrlódási erő: $F_{s,sz} = \mu_{s,sz} m_{sz} g = 0,3 \cdot 100 \cdot 10 = 300$ N, tehát $m_{sz} \cdot a = F_A - F_{s,sz} = 500 - 300 = 200$ N $\rightarrow a = 200/100 = 2$ m/s².
- A szekrény akkor csúszik egyenletesen, ha Anasztázia pont akkor erővel tolja, mint a szekrényre ható csúszási súrlódási erő, azaz 300 N-nal.

	<p>$F_{A,sz}$: Anasztázia által a szekrényre kifejtett erő $F_{sz,A}$: a szekrény által Anasztáziára kifejtett erő $F_{t,sz}$: a szekrényre ható tapadási súrlódási erő $F_{t,A}$: Anasztáziára ható tapadási súrlódási erő</p> <p>A szekrény még nem mozdul meg: az összes erő egyforma nagyságú, a nagyságuk tetszőleges lehet 0 és 500 N között.</p>
	<p>A szekrény éppen megindul: a szekrényt Anasztázia 500 N erővel tolja, és ő nem csúszik meg, a talpa és a padló között 500 N tapadási súrlódási erő lép fel; a szekrényre viszont az 500 N tapadási súrlódási erő helyett 300 N csúszási súrlódási erő hat, így az $500 - 300 = 200$ N eredő erő gyorsítja.</p>
	<p>A szekrény állandó sebességgel csúszik: ehhez akkora erővel kell tolni Anasztáziának a szekrényt, mint amekkora a szekrényre ható csúszási súrlódási erő, vagyis 300 N-nal, így a szekrény nem gyorsul.</p>

e) Newton I.: amikor a szekrény még nem mozdul meg, vagy amikor egyenletesen csúszik, a rá ható erők eredője zérus, így állandó (vagy zérus) a sebessége.

Newton II.: amikor Anasztázia nagyobb erővel tolja, mint amekkora csúszási súrlódási erő hat a szekrényre, a két erő különbsége (vektori eredője) gyorsítja a szekrényt.

Newton III.: pl. amekkora erővel tolja Anasztázia a szekrényt, ugyanakkorával tolja a szekrény Anasztáziát.

Newton IV.: pl. a szekrényre hat az Anasztázia által kifejtett erő plusz a súrlódási erő (plusz a földi nehézségi erő plusz a padló nyomóereje), ezek vektori eredője határozza meg a gyorsulását.

f) Mivel a szekrény megindításához 500 N erő kell, ennyivel tolja vissza a szekrény Anasztáziát, tehát az kell, hogy az ő lába és a padló közötti tapadási súrlódási erő legalább ekkora legyen:

$F_{t,A} = \mu_{t,A} m_A g = 0,7 \cdot m_A \cdot 10 = 7 m_A$. Ha Anasztázia 80 kg-os, akkor ez 560 N, tehát el tudja tolni a szekrényt, de ha csak 70 kg-os, akkor ő már 490 N-nál megcsúszik, tehát nem tudja eltolni.

7. Igaz-e, hogy: INDOKLÁSKÉNT PÁR SZAVAS MAGYARÁZATOT VAGY EGY KÉPLETET KÉRÜNK!

a) – ha a vízszinteshez képest 45° alatt dobunk el egy testet vízszintes terepen, akkor a hajítás távolsága pont kétszerese a hajítás magasságának? **2 pont**

Nem igaz, mert a hajítás magassága $h = v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha / (2g)$, távolsága $d = v_0^2 \cdot \sin 2\alpha / g$, ezek aránya $d/h = 4/\text{tg}\alpha$, $\alpha = 45^\circ$ esetén $\text{tg}\alpha = 1$, azaz $d/h = 4$.

b) – ha egy test v_0 kezdősebességgel függőlegesen felhajítva t idő alatt h magasra jut, akkor $2v_0$ kezdősebességgel indítva $2t$ idő alatt $2h$ magasra jut? **2 pont**

Nem igaz, mert ha $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$, akkor $(2v_0)(2t) - \frac{1}{2} g (2t)^2 = 4 [v_0 t - \frac{1}{2} g t^2] = 4h$.

c) – inerciarendszerben minden test sebessége időben állandó? **2 pont**

Nem igaz, csak a magára hagyott testek sebessége időben állandó.

d) – a test gyorsulása és az eredő erő mindig azonos irányúak? **2 pont**

Igaz, Newton II. axiómája szerint $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, mivel m skalár, így \mathbf{a} és \mathbf{F} iránya meg kell egyezzen.

e) – sztatikai tömegméréshez kell az ismeretlen tömegűn kívül másik test is, de dinamikai tömegméréshez nem kell? **2 pont**

Nem igaz, dinamikai tömegmérésnél egy állandó (de ismeretlen) nagyságú erő ismert ill. ismeretlen tömegű testen létrehozott gyorsulásainak összehasonlításából számolunk tömeget.

f) – ha a test gyorsulásának és sebességének iránya megegyezik, akkor a test sebességének nagysága nő? **2 pont**

Igaz, a test gyorsulásának sebességgel párhuzamos komponense a sebesség nagyságának megváltozását okozza és $a = \dot{v}$, tehát ha **a** és **v** egy irányúak, akkor **v** nő.

(Negatív a és v esetén a sebesség értéke csökken –mivel a negatív–, így v egy nagyobb abszolút értékű negatív szám lesz, vagyis a nagysága így is nő.)

g) – a rugóerő mindig negatív, tehát mindig lassítja a testet? **2 pont**

Nem igaz, a rugóerő negatív előjele azt jelenti, hogy mindig az egyensúlyi helyzet felé mutat. Az egyensúlyi helyzettől való távolodás közben (amikor **a** és **v** ellentétes irányúak) lassítja a testet, de az egyensúly felé való közeledésekor gyorsítja (ekkor **a** és **v** egyirányúak).

h) – ha két párhuzamos rezgés ellentétes fázisban találkozik, akkor kioltják egymást, vagyis az eredő amplitúdó zérus? **2 pont**

Nem igaz, ellentétes fázisban az eredő rezgés amplitúdója a két összetevő rezgés amplitúdójának különbsége (kioltás akkor van, ha az összetevők amplitúdója egyenlő).