Fizika K1A zh2 2011. nov. 22. megoldások

1. Egy személyautóval három különböző gyorsaságpróbát végeztek.
a) 15 s alatt növelte sebességét 60 km/h-ról 100 km/h-ra.
b) Álló helyzetből indulva 16 s alatt tett meg 160 m távolságot.
c) Az autó álló helyzetből indulva 240 m úton gyorsított fel 80 km/h sebességre.
Mennyi volt az átlagos gyorsulás egy-egy kísérletben? **10 pont**

MO.
a) $a = \Delta v/\Delta t = (100/3{,}6-60/3{,}6) / 15 \approx \mathbf{0{,}74\ m/s^2}$
b) $s = ½ at^2 \rightarrow a = 2s/t^2 = 2\cdot 160/16^2 = \mathbf{1{,}25\ m/s^2}$
c) $v = 0+at \rightarrow t = v/a$; $s = ½ at^2 = ½ a (v/a)^2 = v^2/(2a) \rightarrow a = v^2/(2s) = (80/3{,}6)^2/(2\cdot 240) \approx \mathbf{1{,}03\ m/s^2}$

2.
Mekkora szöget zárhat be egymással a sebesség- és gyorsulásvektor?
a) **akármekkorát** b) ~~csak hegyesszöget~~ c) ~~0°, 90° vagy 180°-ot~~ **2 pont**

Melyik állítás igaz az alábbiak közül? A csúszási súrlódási erő mindig ellentétes irányú
a) ~~a gyorsulással~~ b) **a sebességgel** c) ~~az eredő erővel~~ **2 pont**

Írjuk be a hiányzó szavakat úgy, hogy az első axiómával egyenértékű állítást kapjunk! **4 pont**
…Inercia… rendszerben minden …**magára hagyott**… test gyorsulása …**zérus**…..

3. Egy $\alpha = 30°$ hajlásszögű lejtőre $m = 6\ kg$ tömegű testet tettünk, és egy kötéllel a lejtővel párhuzamosan húzzuk felfelé $F_h = 18\ N$ erővel. A test nem kezd el csúszni a lejtőn. $g = 10\ m/s^2$
a. Mekkora tapadási súrlódási erő hat a testre? A tapadási súrlódási együttható értéke $\mu_t = 0{,}4$.
b. Legfeljebb mekkorára növelhetjük a lejtő hajlásszögét, hogy a test ne csússzon meg? A testet továbbra is *18 N* erővel húzzuk a lejtővel párhuzamosan. **9 pont**

MO.
a. Számoljuk ki először, mekkora lehet a tapadási súrlódási erő maximális értéke:
$F_{t,max} = \mu_t F_{ny}$, ahol F_{ny} a lejtő nyomóereje, ami most $F_{ny} = mg \cos\alpha$ (mert a kötélerő a lejtővel párhuzamos, tehát csak m**g**-nek van a lejtőre merőleges komponense)
30°-os lejtő esetén $F_{t,max} = 0{,}4\cdot 6\cdot 10\cdot \cos 30° \approx 20{,}78$ N.
Most írjuk fel a test mozgásegyenletét a lejtő síkjában:
$ma = mg \sin\alpha - F_h - F_t$
Ha a test nem mozdul meg, akkor a = 0 kell legyen, amihez
$F_t = mg \sin\alpha - F_h = 6\cdot 10\cdot \sin 30° - 18 = 12$ N tapadási súrlódási erő kell. Ez az érték kisebb, mint a tapadási súrlódási erő maximális értéke, tehát a test tényleg nem kezd el gyorsulni a lejtőn, és a ténylegesen fellépő tapadási súrlódási erő értéke ekkor $F_t = 12$ N.
b. A maximális hajlásszögnél a tapadási súrlódási erő értéke maximális lesz, tehát
$ma = mg \sin\alpha - F_h - \mu_t mg \cos\alpha = 0$,
azaz $60 \sin\alpha = 18 + 24 \cos\alpha$, amiből $\alpha \approx \mathbf{38°}$. (Ekkora hajlásszögnél $F_{t\,max} \approx 18{,}92$ N)

4. Kúpinga és síkinga összehasonlítása **21 pont**

Rajzoljuk fel a testre ható erőket és írjuk fel a mozgásegyenletet vektori alakban!

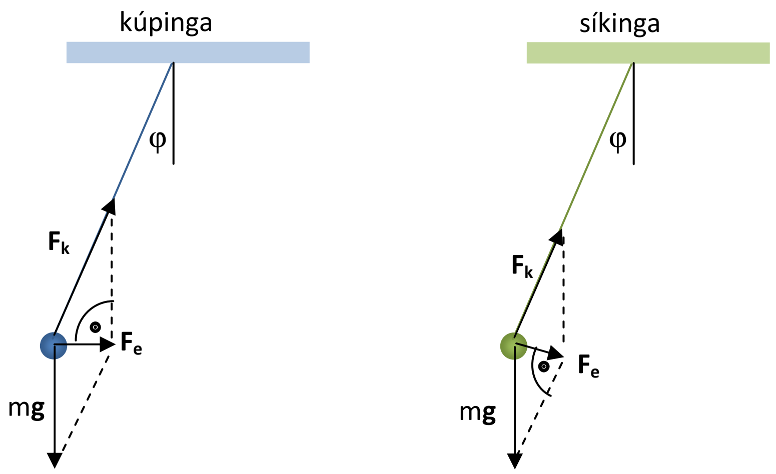
Írjuk fel a mozgásegyenletet polárkoordinátás komponensekben! (Hogy vesszük fel az egységvektorokat?)

Fejezzük ki a kötélerő nagyságát mg-vel kúpinga tetszőleges pontjában ill. síkingánál a maximális kitérésnél!

Vezessük le a periódusidőt mindkét mozgásnál!

Számoljuk ki a periódusidőt ℓ = 80 cm hosszú kötél végéhez rögzített m = 12 dkg tömegű testre 1) síkingánál, illetve 2) kúpingánál, ha a kötél 28°-os szöget zár be a függőlegessel!

MO.



A mozgásegyenlet vektori alakban mindkét esetben m**a** = m**g** + $\mathbf{F_k}$

<u>Kúpinga</u> esetén a test vízszintes síkban végez körmozgást, $\mathbf{e_r}$ a körpálya (a felfüggesztési pont alatt lévő) középpontjából mutat a test felé, $\mathbf{e_\varphi}$ pedig a körpálya érintőjének irányába mutat (vízszintesen).

Az erők felbontásához szükség van a függőleges **k** egységvektorra is:

m**g** = –mg**k** , $\mathbf{F_k} = -F_k \sin\varphi\, \mathbf{e_r} + F_k \cos\varphi\, \mathbf{k}$

$\mathbf{e_\varphi}$ irányában nem hatnak a testre erők, a test kerületi sebessége állandó, $ma_t = 0$.

$\mathbf{e_r}$ irányában $F_{e,r} = F_k \sin\varphi = mg\,\mathrm{tg}\varphi$, tehát $ma_{cp} = mg\,\mathrm{tg}\varphi$.

A kötélerő nagysága $F_k = mg / \cos\varphi$.

A periódusidő az $ma_{cp} = mr\omega^2 = mg\,\mathrm{tg}\varphi$ egyenletből:

$$m(\ell\sin\varphi)(2\pi/T)^2 = mg \sin\varphi/\cos\varphi \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l\cdot cos\varphi}{g}}$$

Behelyettesítve $T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}8\cdot cos28^\circ}{9{,}81}} \approx 1{,}686$ s.

<u>Síkinga</u> esetén a test függőleges síkban végez körmozgást, $\mathbf{e_r}$ a körpálya középpontjából, azaz a felfüggesztési ponttól mutat a test felé, $\mathbf{e_\varphi}$ pedig a körív érintőjének irányába mutat (függőlegesen).

Az erők felbontása: $\mathbf{F_k} = -F_k\, \mathbf{e_r}$, m**g** = mg cosφ $\mathbf{e_r}$ + mg sinφ $\mathbf{e_\varphi}$

$\mathbf{e_r}$ irányában $F_{e,r} = mg\cos\varphi - F_k$, tehát $ma_{cp} = F_k - mg\cos\varphi$.

$\mathbf{e_\varphi}$ irányában $F_{e,\varphi} = mg \sin\varphi$, tehát $ma_t = -mg\sin\varphi$ (negatív, mert $F_{e,\varphi}$ mindig csökkenti φ nagyságát)

A kötélerő nagysága $F_k = mg \cdot \cos\varphi$.

A periódusidő az $ma_t = m\,\ell\,\beta = -mg\sin\varphi$ egyenletből vezethető le, feltéve, hogy φ kicsi, így sinφ ≈ φ :

$$m\,\ell\,\ddot\varphi \approx -mg\,\varphi \quad \rightarrow \quad \omega^2 = g/\ell \quad \rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Behelyettesítve $T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}8}{9{,}81}} \approx 1{,}794$ s.

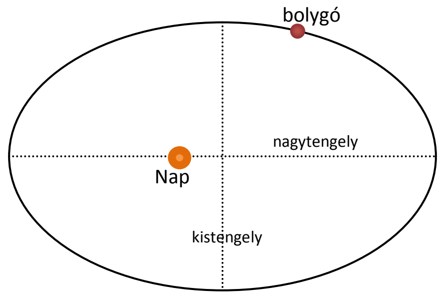
5. Kepler törvényei **12 pont**

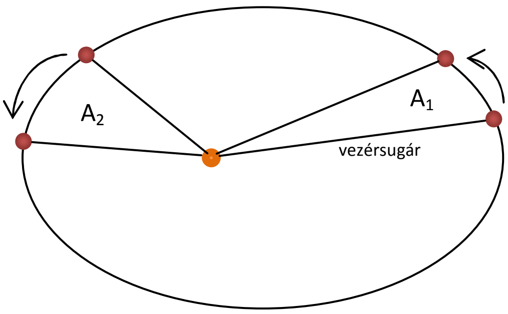
Készítsünk vázlatot is mindhárom törvény szemléltetésére!

A Neptunusz keringési ideje ≈165 (földi) év. Milyen távolságban kering a Neptunusz a Nap körül? (segítségül: a Nap felszínéről a Földre 8,3 perc alatt ér a fény)

MO.

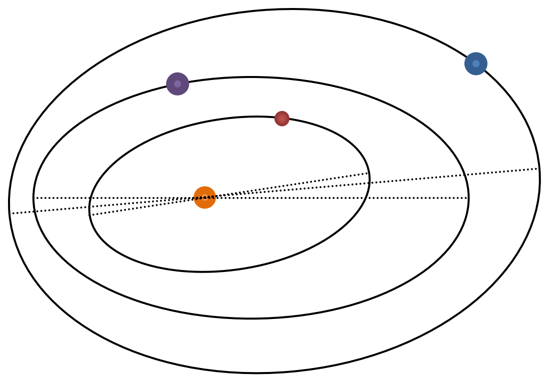
I. A bolygók ellipszis alakú pályán mozognak, melynek egyik gyújtópontjában a Nap áll;





II. A bolygók vezérsugara egyenlő idők alatt egyenlő területeket súrol (azaz a területi sebesség állandó);

III. T^2 / a^3 = konst. minden bolygóra, ahol T a bolygó keringési ideje, „a” a pálya fél nagytengelye.



Számolás: a III. Kepler-törvényt alkalmazva

$$\frac{T_{Föld}^2}{a_{Föld}^3} = \frac{T_{Neptun}^2}{a_{Neptun}^3}, \quad \text{azaz} \quad \left(\frac{a_{Neptun}}{a_{Föld}}\right)^3 = \left(\frac{T_{Neptun}}{T_{Föld}}\right)^2 = \left(\frac{165}{1}\right)^2 = 27225,$$

amiből $\frac{a_{Neptun}}{a_{Föld}} \approx 30$, és

behelyettesítve a Nap-Föld távolságot $a_{Neptun} = 30\ a_{Föld} = 30 \cdot 150 \cdot 10^6$ km $= 4500 \cdot 10^6$ km (30 CSE).