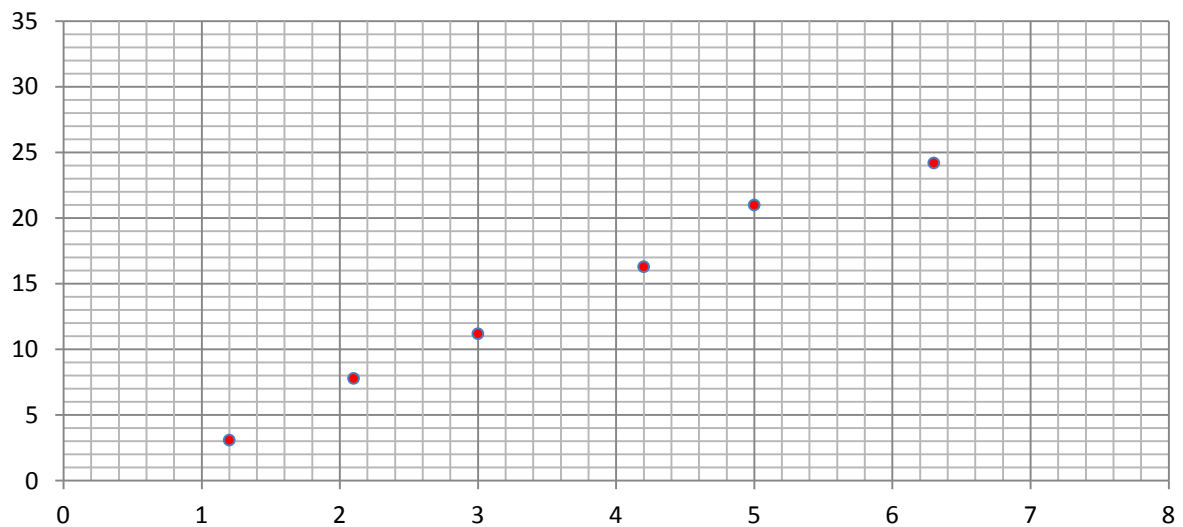


A MEREDKSÉG MEGHATÁROZÁSÁRÓL

Nézzük a következő adatok kiértékelését:

	x	y
1.	1,2	3,1
2.	2,1	7,8
3.	3	11,2
4.	4,2	16,3
5.	5	21
6.	6,3	24,2

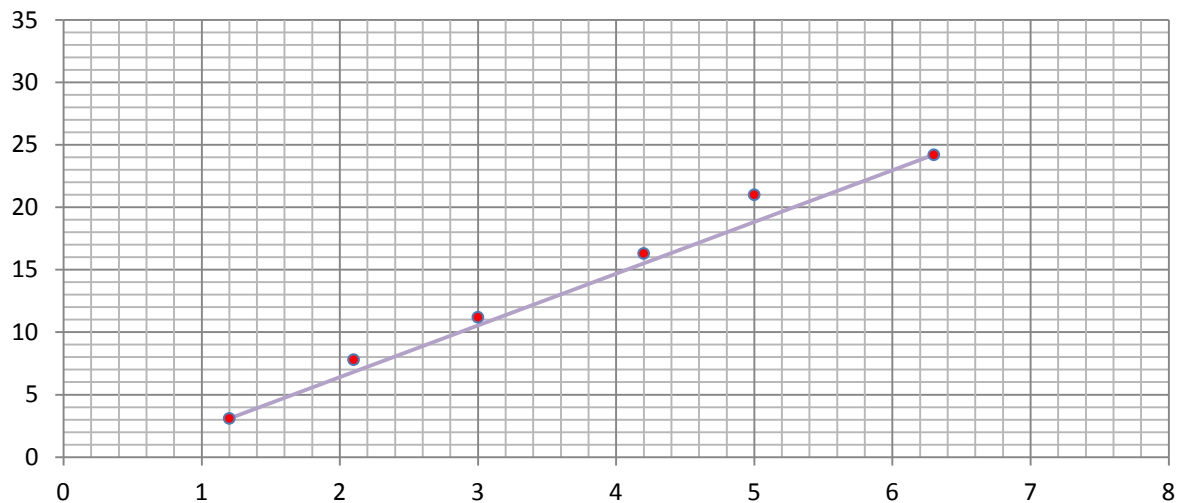
Ábrázoljuk:



Ki tudjuk számolni, hogy 2 pontot kiválasztva mennyi az azon a 2 ponton átmenő egyenes meredksége.

Például az első és az utolsó ponton átmenő egyenes meredksége

$(y_6 - y_1) / (x_6 - x_1) = (24,2 - 3,1) / (6,3 - 1,2) = 4,137$. Ez az egyenes így néz ki:



Ez biztosan nem a legjobb egyenes, mert az összes többi mérési pont az egyenes fölött van.

Ha csak az adatainkat szeretnénk használni a számoláshoz, akkor megtehetnénk azt, hogy az adatainkból minden lehetséges párosítást létrehozunk, és azoknak mind kiszámoljuk a meredekségét. Ez sok számolás lenne, pl. 6 adat esetében ez már 15 egyenest jelent!

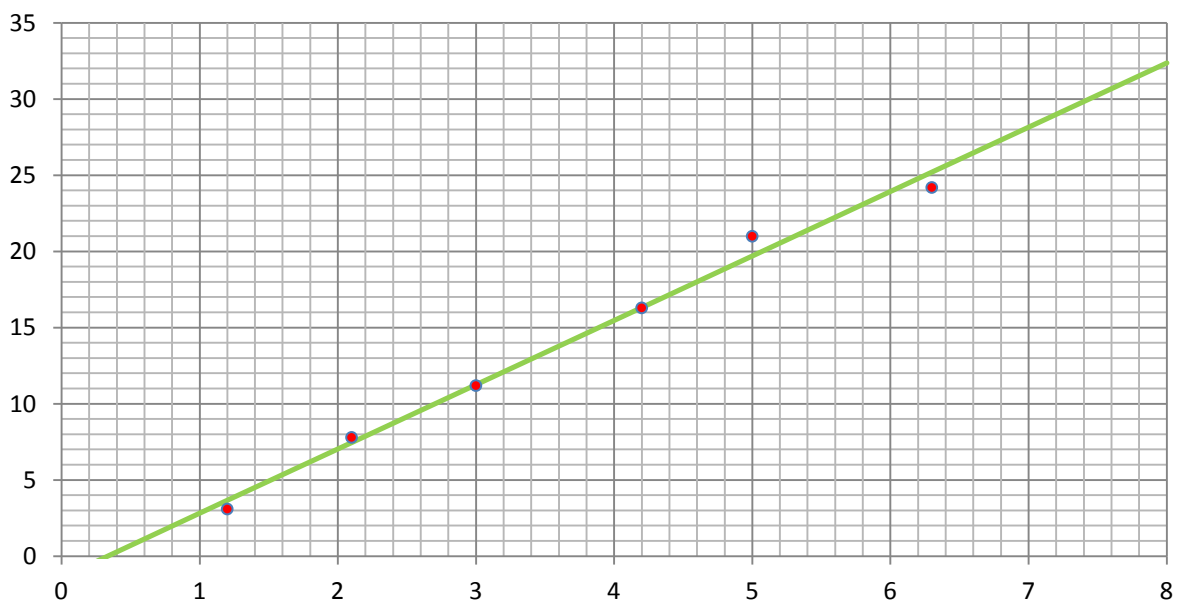
A	B	x_A	y_A	x_B	y_B	meredekség
1	2	1,2	3,1	2,1	7,8	5,222
1	3	1,2	3,1	3	11,2	4,500
1	4	1,2	3,1	4,2	16,3	4,400
1	5	1,2	3,1	5	21	4,711
1	6	1,2	3,1	6,3	24,2	4,137
2	3	2,1	7,8	3	11,2	3,778
2	4	2,1	7,8	4,2	16,3	4,048
2	5	2,1	7,8	5	21	4,552
2	6	2,1	7,8	6,3	24,2	3,905
3	4	3	11,2	4,2	16,3	4,250
3	5	3	11,2	5	21	4,900
3	6	3	11,2	6,3	24,2	3,939
4	5	4,2	16,3	5	21	5,875
4	6	4,2	16,3	6,3	24,2	3,762
5	6	5	21	6,3	24,2	2,462

Legkisebb meredekséget az 5. és a 6. pont ad, legnagyobb meredekséget a 4. és az 5. pont ad, ezek között több, mint kétszeres a szorzó!

Az összes meredekség-érték átlaga 4,296 (a szórás 0,199).

A meredekséget nem az adatainkból számoljuk ki, hanem egyenest illesztünk az összes pontra úgy, hogy az a lehető legközelebb menjen a pontjainkhoz (az első és az utolsó pont nem kitüntetett értékek).

Például így:



Ennek az egyenesnek kell meghatározni a meredekségét.

Ha vannak olyan adataink, amik elég jól illeszkednek, akkor nem okoz nagy hibát, ha ezekből számolunk.

Például a 3. és 4. pont elég jól illeszkednek. A fenti táblázatból látható, hogy az ebből számolt meredekség 4,250.

A 2. pont is elég jól illeszkedik, de a 2. és 3. ponthoz tartozó meredekség 3,778, a 2. és 4. ponthoz tartozó meredekség pedig 4,048, vagyis eléggé eltérnek.

Ha adatpontokból szeretnénk számolni, javíthatunk a pontok szórásából adódó eltéréseken azzal, hogy vesszük pl. 3 számítás átlagát. Például a legjobban illeszkedő 3. és 4. pont, illetve a két legrosszabb illeszkedés átlaga $(4,137+5,875+2,462)/3 = 4,158$.

Az egyenes meredekségét azonban nem az adatainkból számoljuk ki, hanem a tengelyeken levő skála segítségével visszaolvasunk pontokat az egyenesről.

Például

leolvasott x	leolvasott y
8	32,3
1	2,8
Δx	Δy
7	29,5

amiből a meredekség
4,214

vagy

leolvasott x	leolvasott y
6	24
5	19,6
Δx	Δy
1	4,4

amiből a meredekség
4,400

vagy

leolvasott x	leolvasott y
7,42	30
0,36	0
Δx	Δy
7,06	30

amiből a meredekség
4,249.

Látható, hogy a középső esetben, ahol közeli pontok koordinátáit olvastuk le, más értéket kaptunk, mert az x és y értékek leolvasásának is van hibája. Ezt a leolvasási hibát csökkenthetjük azzal, ha **minél távolabbi pontok** koordinátáit olvassuk vissza. (A meredekség meghatározását tovább pontosíthatjuk azzal, ha több leolvasás átlagát vesszük.)

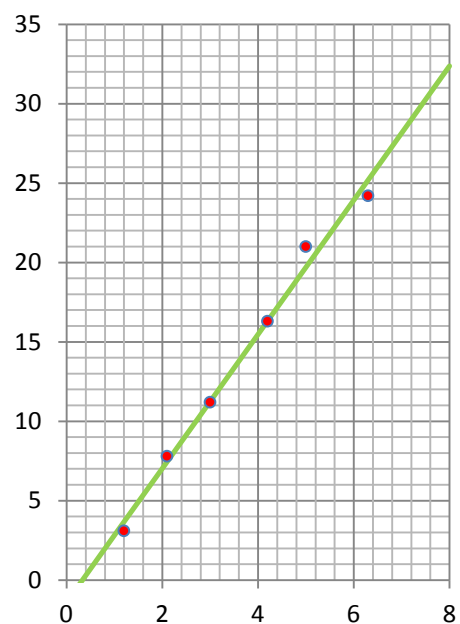
Megjegyzés:

Ebben a példában se az x, se az y tengelyen levő mennyiségnek nem adtunk mértékegységet.

Általában azonban a fizikai mennyiségek mértékegységgel bírnak, így a meredekség leolvasásánál ezeket is figyelembe kell vennünk, és az **egyenes meredekségét mértékegységgel együtt kell megadni!**

Nincs értelme az egyenes meredekségét egy szöggel megadni, mivel az attól függ, hogy az egyes fizikai mennyiségeket milyen léptékkal ábrázoljuk.

Pl. a fenti diagramot elkészíthetjük így is, ami más szöveget adna, miközben az adatok nem változtak, tehát a meredekség sem változott.



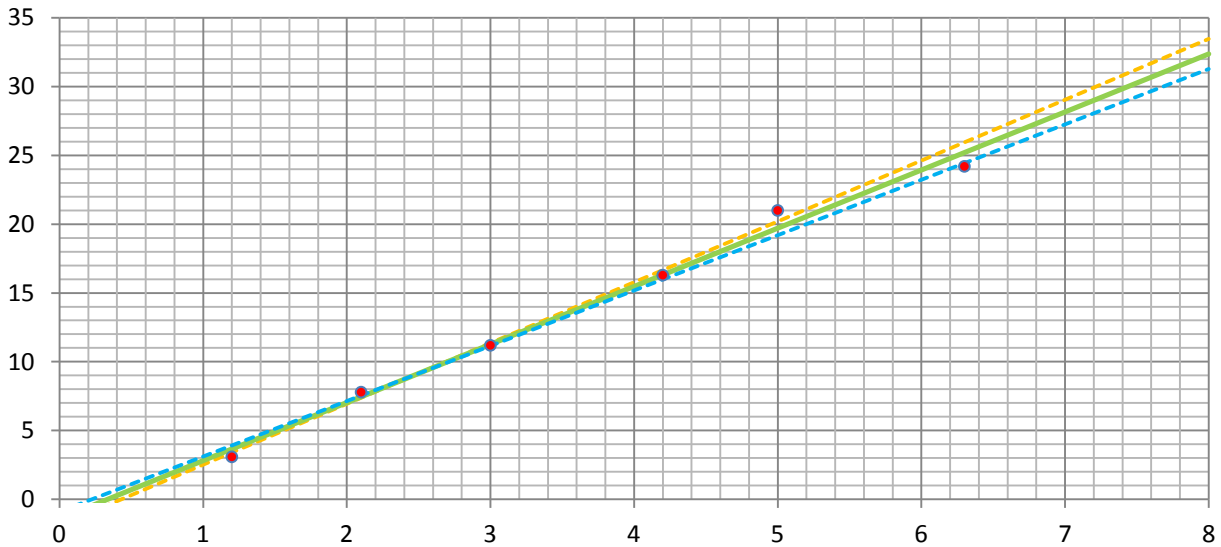
Érdeklődőknek:

A fenti adatsorra illeszkedő egyenes egyenlete **legkisebb négyzetek módszerével** meghatározva $y = 4,221x - 1,405$

vagyis az egyenes meredeksége 4,221 (a meredekség szórása 0,208);

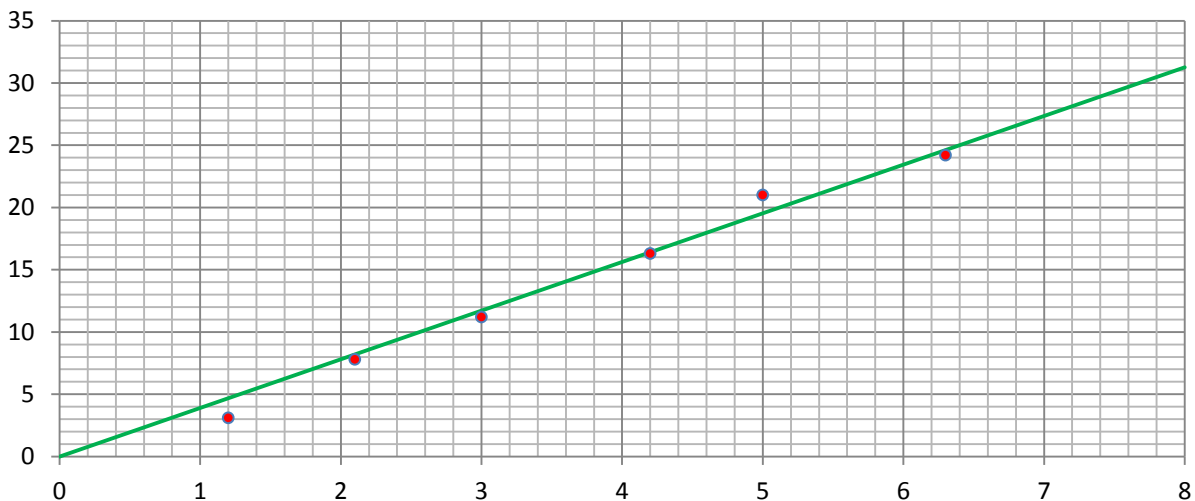
a tengelymetszete $-1,405$ (a tengelymetszet szórása 1,308).

Grafikusan hogyan tudjuk megbecsülni, hogy mekkora **hibával** tudjuk leolvasni a meredekséget? Nézzük meg, az adott pontokra milyen maximális ill. minimális meredekségű egyenest tudnánk húzni. Ez ismét szubjektív döntés, de kb. így néz ki:



A sárga egyenes meredeksége 4,42; a kék egyenes meredeksége 4,02. A grafikus leolvasás hibája tehát elég nagy. (A fenti adatokból látható, hogy a meredekség szórása 5%, kb. ennyi a grafikus meredekség-leolvasásból eredő szubjektív hiba is.)

Ha elméletből tudjuk, hogy az adott fizikai összefüggés szerint az egyenesnek **az origón kell átmennie**, akkor mindenképpen olyan egyenest kell behúzni és annak a meredekségét kell meghatározni. Ilyen esetben a meredekség számításához használt egyik pont célszerűen az origó. Pl. a fenti adatsorra:



Ennek az egyenesnek a meredeksége 3,906.