Optika I.

Utolsó módosítás: 2009. szeptember 8.

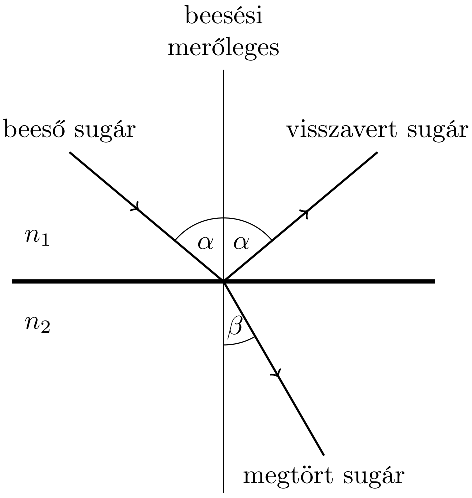
Az optika tudománya a látás élményéből fejlődött ki. Bizonyos optikai alapismeretekkel együtt születünk, vagy legalábbis életünk nagyon korai szakában szert teszünk rájuk: ilyen a fénysugár fogalma és a fény egyenes vonalú terjedésének „törvénye”. A fényforrásokból, a fénylő tárgyakról fénysugarak indulnak ki, és a tárgyakat arrafelé látjuk, amely irányból a fény róluk a szemünkbe érkezik.

1. Geometriai optika

A geometriai optika a fénysugarak terjedésével foglalkozik. A fénysugár a fényforrásból egy keskeny térszögbe kiinduló fénynyaláb határesete, amikor ez a térszög végtelenül kicsi. A tárgyakat azért látjuk, mert vagy fénysugarakat bocsátanak ki (fényforrások), vagy a fényforrások megvilágítják őket, és ez a fény a tárgyról visszaverődve a szemünkbe jut.

1.1. A geometriai optika törvényei

- Homogén közegben a fény egyenes vonalban terjed.
- A tér egy pontján keresztül akárhány fénysugár áthaladhat egymás zavarása nélkül.
- Ha a fénysugár a tér egyik pontjából egy bizonyos útvonalon halad a tér másik pontjába, akkor az onnan visszafelé indított fénysugár ugyanazon az úton fog haladni.
- A fény a közegtől függő, véges sebességgel terjed. Vákuumban a fény terjedési sebessége $c = 2{,}997\,924\,580\,8 \cdot 10^8$ m/s. A törésmutató (n) a vákuumbeli c fénysebesség és a közegbeli v fénysebesség hányadosa:
$$n = \frac{c}{v}. \tag{1}$$
- Két közeg közötti határfelületre érve a fény egy része a közeghatárról visszaverődik, más része behatol a második közegbe, de itt „megtörik”, terjedési iránya általában megváltozik. A határfelület normálisa és a beeső fénysugár iránya meghatározza a *beesési sík*ot. A visszavert fénysugár és a határfelületen áthaladt és megtört fénysugár a beesési síkban marad. A beeső fénysugár és a beesési merőleges szöge a *beesési szög* (α). A visszavert fénysugár ugyanakkora szöget (α) zár be a beesési merőlegessel, mint a beeső fénysugár. A *törési szög* (β) a megtört sugár és a beesési merőleges közötti szög. α és β között a *Snellius–Descartes törvény* áll fenn. Ha n_1 az első és n_2 a második közeg törésmutatója, akkor
$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta. \tag{2}$$
Definiálhatjuk a relatív törésmutatót is. A második közeg elsőhöz viszonyított törésmutatója: $n_{21} = n_2/n_1 = v_1/v_2$.
A törés és visszaverődés törvényei a sík és görbült felületeknél egyaránt érvényesek azzal a különbséggel, hogy a görbült határfelület különböző pontjaiba érkező fénysugarak számára a beesési merőleges különböző irányú lesz.



1. ábra. Törés és visszaverődés két közeg határfelületén.

1.2. A teljes visszaverődés

Ha a fény egy nagyobb törésmutatójú közegből lép át egy kisebb törésmutatójú közegbe, a törési szög nagyobb a beesési szögnél:
$$\sin\beta = \frac{n_1}{n_2}\sin\alpha.$$
A beesési szöget növelve az α_h határszögnél $\sin\beta = 1$. A határszögnél nagyobb beesési szöghöz nem tartozik megtört fénysugár, a fény teljes egészében visszaverődik.

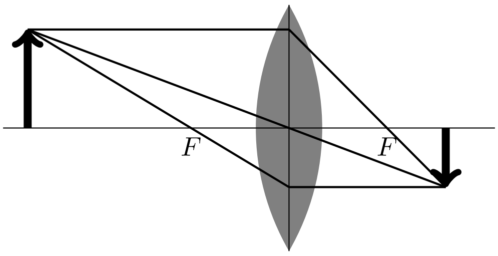
A Fermat-elv

A geometriai optika egyik alapvető tétele a Fermat-elv, amely szerint a fény egy A pontból a B pontba azon az úton jut, amelynek megtételéhez a legkisebb idő szükséges (vagy kicsit pontosabban: a különböző lehetséges utakat tekintve az optikai úthossz stacionárius; pontosan: $\delta \int_g n\,ds = 0$.)

Fermat elvéből következik, hogy a fény homogén közegben egyenes vonalban terjed, illetve ez alapján könnyen igazolható a visszaverődés és a törés törvénye is. Egy homogén közeg n törésmutatójának és a d geometriai úthosszának szorzata az s *optikai úthossz*: $s = nd$. Általában az optikai úthossz egyenlő azzal az úttal, amelyet a fény ugyanakkora idő alatt a vákuumban tenne meg. A Fermat-elv szerint tehát két adott pont között a fény azon úton halad, amelyen az optikai úthossz minimális.

1.3. A képalkotás

Ha egy tárgy minden egyes pontjára igaz, hogy egy pontjából kiinduló minden fénysugár a visszaverődés ill. törés után újból egy pontban metszi egymást, képalkotásról beszélünk. Ha a fénysugarak ténylegesen metszik egymást a képpontban, a kép valós, ernyővel felfogható. Ha a visszavert illetve megtört sugarak széttartók és hátrafelé meghosszabbítva metszik csak egymást, a kép *virtuális*.



2. ábra. Példa domború lencse képalkotására.

A tükrök és a lencsék képalkotásának törvényei a visszaverődés és törés törvényeiből vezethetők le. A kép megszerkesztéséhez néhány speciális fénysugarat használhatunk fel: az optikai tengellyel (szimmetriatengellyel) párhuzamos fénysugarak a visszaverődés illetve törés után a fókuszponton mennek keresztül. Az optikai centrumba beérkező sugár a tükörnél szimmetrikusan verődik vissza, a lencsén pedig irányváltozás nélkül halad át. A fókuszponton át beérkező fénysugarak pedig az optikai tengellyel párhuzamosan haladnak tovább. Mindez akkor érvényes, ha a lencse vagy tükör átmérője sokkal kisebb, mint a görbületi sugara. A fókusztávolság a görbületi sugár fele a tükrök esetében, homorú tükörnél pozitív, domborúnál negatív.

A vékony lencsék fókusztávolságát a „lencsekészítők törvénye” adja meg:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \tag{3}$$

ahol n a lencse törésmutatója a környezethez viszonyítva, R_1 és R_2 a lencsefelületek görbületi sugara. A kívülről nézve domború felület görbületi sugara pozitív, a homorúé negatív.

Egy, a tükörtől vagy lencsétől t távolságban lévő tárgy képe k távolságra keletkezik a leképező eszköztől:

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}. \tag{4}$$

Ha $k < 0$, a kép virtuális. Domború tükörnél vagy homorú lencsénél, ahol a fókusztávolság negatív, mindig virtuális kép keletkezik.

A nagyítás (N) a képnagyság (K) és a tárgynagyság (T) hányadosa:

$$N = \frac{K}{T} = \frac{k}{t}. \tag{5}$$

Ha a kép virtuális, a nagyítás negatív szám. Síktükörnél f végtelen, ezért $k = -t$, a kép a tükör mögött ugyanolyan távol látszik, mint amilyen távol van a tárgy a tükörtől.

2. Mérési feladatok

Figyelem! A méréseknél használt halogénlámpás fényforrás használat közben nagyon felforrósodik, nem szabad a lámpatestet megérinteni!

2.1. Domború lencse fókusztávolságának meghatározása

Eszközök

Optikai sín, lovasok, halogénlámpás fényforrás, diatartó, tárgy (diakeretben), domború lencse, ernyő

Feladat

Helyezzük az optikai sín egyik végére a lámpát, másik végére az ernyőt. A mérésvezető kijelöli, mekkora legyen a távolság a tárgy és az ernyő között. A tárgyat – azaz a diát a diatartóban – helyezzük el az adott távolságra a lámpa és az ernyő közé. Végül a lencsét helyezzük el a tárgy és az ernyő között. Ezután a lencse csúsztatásával keressük meg azt a pozíciót – ill. azokat a pozíciókat –, amely(ek)nél a tárgyról éles képet kapunk az ernyőn. Mérjük meg a képtávolságot ill. tárgytávolságot, és mérjük (ill. becsüljük) meg a kép méretét.

Kiértékelés

- A leképezési törvény (4) felhasználásával számoljuk ki a lencse fókusztávolságát!
- Rajzoljunk méretarányos vázlatot az elrendezésről, és rajzoljuk meg a nevezetes sugarakat!
- A tárgytávolság, képtávolság és képnagyság alapján számoljuk ki a nagyítást és a tárgy nagyságát!
- A távolságmérés hibájából a Gauss-féle hibaterjedési törvényt felhasználva számoljuk ki a fókusztávolság meghatározásának hibáját!

Szorgalmi feladatok

I. Mitől függ az, hogy a lencse tologatásával hány helyen kapunk éles képet?

II. A mérésvezető kiindulásként megadta a tárgy- és képtávolság összegét, azonban ezek külön is megmérhetők, vagyis 3 távolságadatunk van, de ezek közül csak 2 független egymástól. Van-e jelentősége a fókusztávolság hibájának kiszámításánál annak, hogy a 3 mennyiség közül melyik kettőt használjuk fel? Ha igen, mi adja a pontosabb eredményt?

2.2. Hajszál vastagságának megbecslése

Eszközök

Optikai sín, lovasok, halogénlámpás fényforrás, diatartó, diakeretben lévő hajszál, domború lencse ($f = 50\,\mathrm{mm}$), ernyő

Feladat

Helyezzük az optikai sín egyik végére a lámpát, másik végére az ernyőt, közéjük a diatartót a hajszállal és a lencsét. A lencse tologatásával állítsunk elő minél nagyobb éles képet a hajszálról. Mérjük meg a tárgytávolságot és a képtávolságot, valamint mérjük/becsüljük meg a hajszál képének vastagságát az ernyőn.

Kiértékelés

– Számoljuk ki a nagyítást, és ez alapján
– „számoljuk ki” a hajszál vastagságát!
– Mennyire lehet pontos ez a mérés? Miért?

2.3. Prizma törésmutatójának meghatározása

Eszközök

Optikai sín, lovasok, halogénlámpás fényforrás, a lámpára helyezhető rés, diatartó, diakeretben lévő rés, szögbeosztással ellátott forgatható optikai korong, prizma

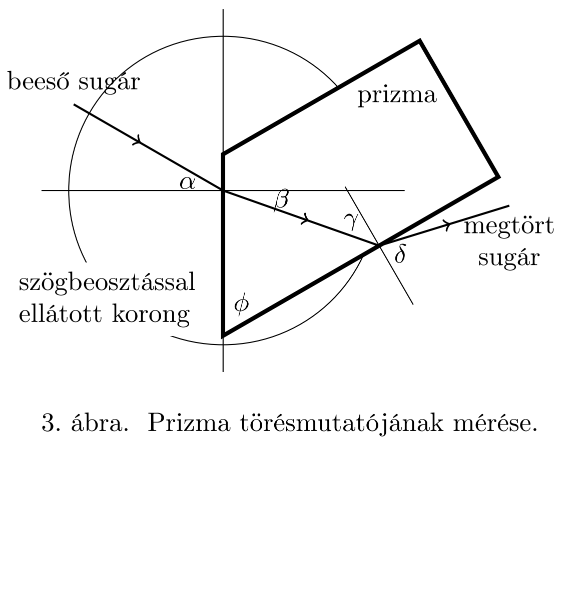
Feladat

Helyezzük az optikai sín végére a lámpát, és a lámpa elejére illesszük fel a rést. A lámpa után tegyünk fel egy lovast diatartóval, és a diatartóba fogjuk bele a diatartóban lévő rést. Ezután helyezzük el (nem túl messze) a forgatható szögbeosztásos korongot. A réseket állítsuk be úgy, hogy a fénysugár a korong középpontján haladjon át. Forgassuk a korongot úgy, hogy a 0 fok a lámpa/rések felé essen. A 3. ábra szerint helyezzük a prizmát az optikai korong közepére úgy, hogy a prizma ferde lapjának normálisa egybeessen a korong 0 szögnek megfelelő tengelyével. (Ezt ellenőrizhetjük azzal, hogy ekkor a bejövő fénysugár önmagában verődik vissza.)

Forgassuk a prizmát a szögbeosztásos koronggal együtt. Figyeljük meg, hogy a 0 beesési szögnél teljes visszaverődés történik. Figyeljük meg a prizma színbontását! Milyen színű fény törik meg (változtat irányt) a legjobban?

A fénytörés mértékét a prizma törésmutatója határozza meg. Minél nagyobb a törésmutató (minél inkább különbözik a környezetétől), annál erősebben törik a fény. Különböző színű, azaz különböző frekvenciájú fénysugarakra a törésmutató eltérő (diszperzió). Az átlátszó közegek törésmutatója kissé növekszik a frekvencia növekedésével. A látható tartományban a vörös fény frekvenciája a legkisebb, az ibolyáé a legnagyobb. Így az ibolya színű fénysugár törik meg a legjobban.

A korong forgatásával határozzuk meg azt az α beesési szöget, melynél a szomszédos lapra érkező fénysugár éppen nem lép ki a prizmából (ahol $\delta = 90°$), külön a vörös és külön az ibolya szélén a spektrumnak (α_v ill. α_i).



3. ábra. Prizma törésmutatójának mérése.

Kiértékelés

ϕ a prizma törőszöge az α, β, γ, δ beesési ill. törési szögeket a felület normálisától (a beesési merőlegestől) mérjük. Az ábráról látható, hogy $\phi = \beta + \gamma$. A Snellius-Descartes törvényt felírva mindkét határfelületre:

$$\sin\alpha = n\sin\beta \qquad \text{ill.} \qquad n\sin\gamma = \sin\delta.$$

Mivel azt az α szöget olvassuk le, ahol $\delta = 90°$, vagyis $\sin\delta = 1$, ezért $n\sin\gamma = 1$. γ-t kifejezve ϕ-vel és β-val:

$$n\sin(\phi-\beta) = n(\sin\phi\cos\beta - \cos\phi\sin\beta) = \\ = n\sin\phi\cos\beta - \cos\phi\sin\alpha = 1,$$

átrendezve: $n\cos\beta = (1+\cos\phi\sin\alpha)/\sin\phi$. Ezt és az $n\sin\beta = \sin\alpha$ egyenletet négyzetre emelve és összeadva kapjuk:

$$n^2 = \frac{1+2\cos\phi\sin\alpha+\cos^2\phi\sin^2\alpha}{\sin^2\phi} + \sin^2\alpha = \\ = \frac{1+2\cos\phi\sin\alpha+\sin^2\alpha}{\sin^2\phi},$$

amiből

$$n = \sqrt{\frac{1+2\cos\phi\sin\alpha+\sin^2\alpha}{\sin^2\phi}}. \tag{6}$$

– Az α_v (vagy α_i) értéket és a ϕ értékét behelyettesítve számoljuk ki a prizma törésmutatóját vörösre (vagy ibolyára). A mérésnél használt prizma törőszöge $\phi = 60°$.
– Tegyük fel, hogy a ϕ törőszög hibája elhanyagolható. A kritikus α szög hibája legyen 0,5°. Határozzuk meg a törésmutató-mérés hibáját a Gauss-féle hibaterjedési törvényt használva a (6) képlet alapján!

3. Kérdések, gyakorló feladatok

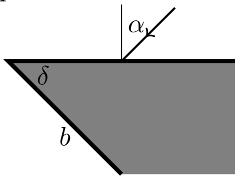
Az alábbi feladatokra ill. hasonlóakra lehet számítani a mérés elején a beugró kérdések során.

I. Mit mérünk? Hogyan és mivel (fontosabb eszközök és elvi mérési elrendezés vázlata)?
II. A 3. ábra egy lehetséges, prizmán átmenő sugármenetet ábrázol. Milyen sugármenetek lehetségesek még az ábrázolt prizma esetében, ha változtatjuk az α szöget? Ne csak a törést, hanem a visszaverődést is vegyük figyelembe! (Nem kérünk ehhez számolást.) Az ábrán lévő sugármenetet is egészítsük ki a visszavert sugarakkal.
III. Igaz-e (indoklásssal), hogy
1. domború tükörnél mindig virtuális kép keletkezik?
2. homorú tükörnél mindig virtuális kép keletkezik?
3. domború lencsénél mindig virtuális kép keletkezik?
4. homorú lencsénél mindig virtuális kép keletkezik?
5. a beeső ill. a visszavert fénysugárnak a beesési merőlegessel bezárt szögére érvényes a Snellius-Descartes törvény?
6. ha a fény egy nagyobb törésmutatójú közegből lép át egy kisebb törésmutatójú közegbe, a beesési szöget növelve elérhetjük, hogy a fény ne jusson át a kisebb törésmutatójú közegbe?

7. homorú tükör optikai tengelyével párhuzamos sugarak önmagukba verődnek vissza?
8. a fény terjedési sebessége üvegben nagyobb, mint vákuumban?
9. a fény mindig egyenes vonalban terjed?
10. ha a fény egy nagyobb törésmutatójú közegből lép át egy kisebb törésmutatójú közegbe, a törési szög nagyobb a beesési szögnél?

IV. Számolási feladatok

1. Mennyivel tolódik el a lézersugár, amíg átjut egy gyémántdarabkán, ha annak két, egymástól 3 mm-re lévő párhuzamos lapja között hatol át? A belépő lézersugár a lappal 60°-os szöget zár be. A gyémánt levegőre vonatkoztatott törésmutatója 2,413.
2. Mekkora az 1,33 törésmutatójú prizma δ törőszöge, ha 36°-nál kisebb α beesési szög esetén már nem lép ki fénysugár a prizmából a b oldalon?



3. A gyémánt levegőre vonatkoztatott törésmutatója piros fényre 2,42, kék fényre 2,45. Mekkora törési szöggel lép ki a gyémántból a piros ill. a kék fény, ha a beesési szög 24,2°?
4. Egy optika sínen elhelyeztünk egy tárgyat és egy ernyőt egymástól $d = 64$ cm-re, közéjük teszünk egy $f = 15$ cm fókusztávolságú domború lencsét. Milyen tárgytávolság esetén kapunk éles képet az ernyőn?
5. A tárgy és az ernyő távolsága 54 cm. Egy domború lencse tologatásával próbálunk éles képet előállítani az ernyőn, de sehogy se sikerül. Mi ennek az oka? Mit mondhatunk ennek alapján a lencse fókusztávolságáról?
6. Egy kocka alakú üvegedény aljának közepére kis fehér pöttyöt festünk. Az edény éleinek hossza $a = 20$ cm. A kocka testátlója irányából fénysugár esik a kocka aljára. Meddig kell a kockát folyadékkal feltölteni, hogy a fénysugár megvilágítsa a pöttyöt? A folyadék törésmutatója a levegőre vonatkoztatva $n = 1{,}6$.
7. Gyújtólencsével egy izzólámpa izzószálának $K_1 = 9$ cm nagyságú éles képét állítjuk elő egy ernyőn. A lencsével az ernyőhöz közelítve ismét éles képet kapunk, de a kép most $K_2 = 1$ cm nagyságú. Milyen hosszú az izzószál?
8. A víz levegőre vonatkoztatott törésmutatója 4/3. $h = 2$ m mélységű úszómedence fenekén lámpa világít. Mekkora átmérőjű a víz felszínén látható kör alakú folt? (A lámpát pontszerűnek tekinthetjük.)

3.1. Feladatokhoz segítség ill. megoldás

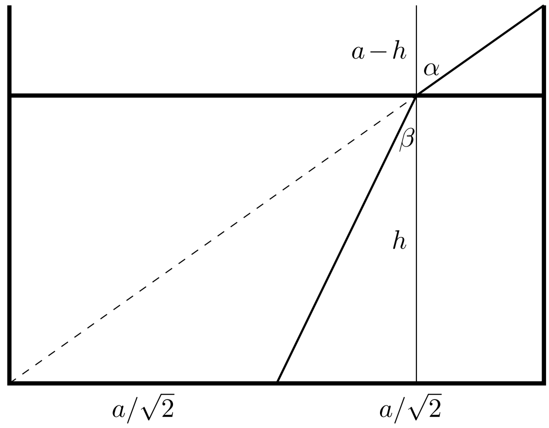
IV/4

A képtávolságot írjuk fel d és t segítségével, majd használjuk a (4) leképezési törvényt, és oldjuk meg t-re.

IV/5

Induljunk ki abból, hogy van éles kép, amihez „kiszámíthatjuk” a tárgytávolságot a IV/4 feladat megoldását követve. Abból a feltételből, hogy nem kapunk megoldást, következtethetünk a fókusztávolságra.

IV/6



Az ábrán az edénynek az alaplap átlóján átmenő keresztmetszetét látjuk (vagyis amelyik síkban a fénysugár halad). A beesési szög α, a törési szög β. A levegő törésmutatója 1. Mivel a fény az átlósíkban halad, a testátló irányában, $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{2}$, $\alpha = 54{,}7°$. A Snellius–Descartes törvényből $\sin\beta = \sin\alpha/n$, így $\beta = 30{,}7°$ és $\operatorname{tg}\beta = 0{,}5934$. A rajz alapján $h\operatorname{tg}\beta + (a-h)\operatorname{tg}\alpha = a/\sqrt{2}$, tehát $h = 0{,}8614a = 17{,}2\,\text{cm}$.

IV/7

A tárgytávolság t_1 ill. t_2, a képtávolság k_1 ill. k_2, az izzószál hossza T, a képnagyság K_1 ill. K_2. A tárgy és az ernyő távolsága $d = t_1 + k_1 = t_2 + k_2$.

A nagyítás $k/t = K/T$, tehát az első esetben $k_1 = 9t_1/T$, a másodikban pedig $k_2 = t_2/T$. A (4) leképezési törvényből $kt = fd$ (f a fókusztávolság), tehát $k_1 t_1 = k_2 t_2$. Ebbe behelyettesítve k_1-et és k_2-t kapjuk, hogy $9t_1^2 = t_2^2$, amiből $t_2 = 3t_1$, vagyis $k_2 = 3t_1/T$.

A $t_1 + k_1 = t_2 + k_2$ formulában mindent t_1-gyel kifejezve: $9t_1/T + t_1 = 3t_1/T + 3t_1$, ezt megoldva $T = 3$ cm.

Egyszerűbb megoldás Kihasználhatjuk, hogy a sugarak megfordíthatóak, vagyis a tárgy és a kép felcserélhető egymással. Ebből következik, hogy $k_2 = t_1$ és $t_2 = k_1$, amit felhasználva:

$$\frac{k_1}{t_1} = \frac{K_1}{T} \qquad \text{és} \qquad \frac{k_2}{t_2} = \frac{t_1}{k_1} = \frac{K_2}{T}.$$

Tehát $K_2/T = T/K_1$, amiből $T^2 = K_1 K_2$.

IV/8

A kör alakú foltot azok a lámpából kiinduló fénysugarak hozzák létre, melyek a víz felszínére a határszögnél kisebb szögben érkeznek. A többi sugár teljesen visszaverődik. A határszög α_h szinusza $1/n = 3/4$, tehát $\alpha_h = 48{,}6°$. A folt sugara $h\operatorname{tg}\alpha_h = 2{,}27$ m, az átmérője 4,54 m.