

10. VÁLTAKOZÓ ÁRAM

A mérés leírása előtt összefoglaljuk a váltóáramú hálózatszámításhoz szükséges alapismereteket.

10.1. VÁLTÓÁRAMÚ HÁLÓZATSZÁMÍTÁS

Ha a feszültség, illetve az áramerősség időfüggése harmonikus, azaz

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi_U) \quad \text{illetve} \quad I(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi_I) \quad (10.1)$$

alakú, **váltófeszültségről**, illetve **váltóáramról** beszélünk. Itt

U_0 ill. I_0 az amplitúdó;

$\omega t + \varphi_U$ ill. $\omega t + \varphi_I$ a fázis;

ω a körfrekvencia [s^{-1}];

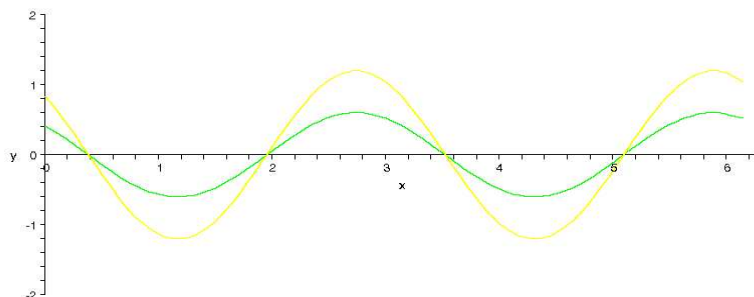
$\omega = 2\pi \nu$, ahol ν a frekvencia [Hz], és $\nu = 1/T$, ahol T a periódusidő;

φ_U ill. φ_I a fázisállandó vagy kezdőfázis [rad].

10.1.1. Ellenállás, kondenzátor és önindukciós tekercs váltóáramú hálózatban

Egy tetszőleges **R ellenálláson** a feszültség minden pillanatban arányos a pillanatnyi áramerősséggel:

$$U_R(t) = R \cdot I(t) \quad (10.2)$$



10.1. ábra zöld: $I(t)$, sárga: $U_R(t)$

Kondenzátor és önindukciós tekercs esetén azonban nem ilyen egyszerű $I(t)$ és $U(t)$ viszonya.

A **kondenzátor** feszültsége a rajta lévő töltés pillanatnyi értékével arányos:

$$U_C(t) = \frac{1}{C} \cdot Q(t) . \quad \text{Itt } C \text{ a kondenzátor kapacitása, egysége a Farad, [F]}$$

Mivel az áram az adott felületen átmenő töltésmennyiség deriváltja, ezért a töltés átfolyó áram integrálja:

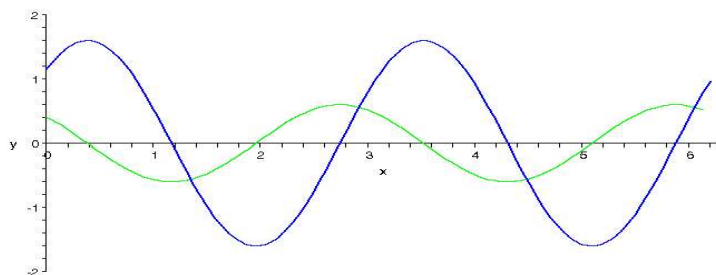
$$U_C(t) = \frac{1}{C} \cdot \int I_C(t) dt . \quad (10.3)$$

Ha beírjuk az időfüggő áramot $I_C(t) = I_0 \cos \omega t$ alakban és integrálunk, akkor azt kapjuk, hogy az U_C feszültség időfüggése

$$U_C(t) = \frac{1}{C} \int I_0 \cos \omega t dt = \frac{I_0}{\omega C} \sin \omega t = \frac{I_0}{\omega C} \cos(\omega t - \pi/2). \quad (10.4)$$

Látható, hogy a feszültség is harmonikus függvénye az időnek, melynek frekvenciája megegyezik az áraméval, de a feszültség $\pi/2$ fázissal késik az áramerősséghez képest, és amplitúdója

$$U_{C,0} = I_0 / \omega C.$$



10.2. ábra zöld: $I(t)$, kék: $U_C(t)$

Önindukciós tekercs: Ha a tekercsben folyó áram megváltozik, akkor az általa körülhatárolt területen a mágneses fluxus is megváltozik, és a tekercsben feszültség indukálódik. Ez az indukált feszültség a mágneses fluxus változási sebességével, a fluxus pedig az áramerősséggel arányos:

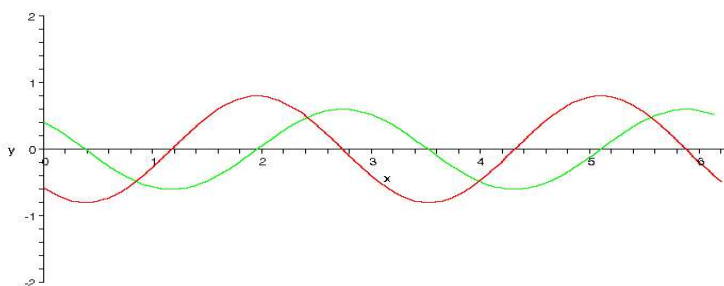
$$U_L(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = L \cdot \frac{dI_L(t)}{dt}. \quad (10.5)$$

Itt L a tekercs önindukciós együtthatója, egysége a Henry [H]

Váltóáram esetén a tekercsen a feszültség

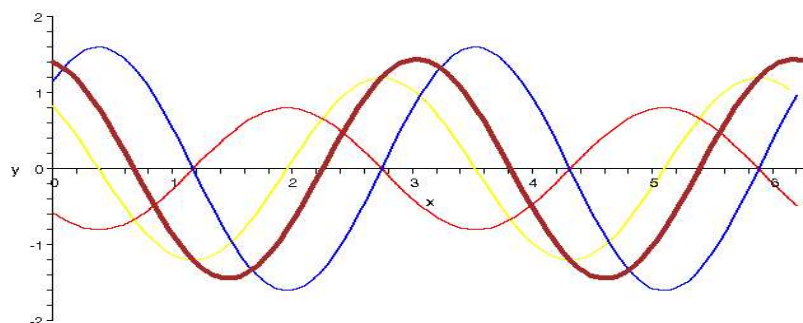
$$U_L(t) = L \cdot \frac{dI_0 \cos \omega t}{dt} = -I_0 \omega L \sin \omega t = I_0 \omega L \cos(\omega t + \pi/2), \quad (10.6)$$

azaz önindukciós tekercsen a feszültség $\pi/2$ fázissal siet az áramerősséghez képest, és amplitúdója $U_{L,0} = I_0 \omega L$.



10.3. ábra zöld: $I(t)$, piros: $U_L(t)$

Képzeld el, hogy sorosan kötünk egy ellenállást, egy kondenzátort és egy tekercset. Mivel sorosan vannak kötve, tudjuk, hogy ugyanaz az áram folyik át rajtuk, és a fentiek szerint ismerjük a rajtuk eső feszültségeket is. A három áramköri elemen eső teljes feszültség az egyes feszültségek (U_R , U_C , U_L) összege. Ez az összeadás azonban a fáziskülönbségek miatt nem egyszerű, az eredő feszültség amplitúdója és fázisa elég hosszadalmas számításokkal határozható meg. A következő ábra mutatja a fenti három áramköri elemen eső feszültséget és az összegüket:



10.4. ábra sárga: $U_R(t)$, kék: $U_C(t)$, piros: $U_L(t)$, barna: $U_{RCL}(t)$ eredő feszültség.

Általánosan, mivel mind a kondenzátornál, mind a tekercsnél a feszültség és az áram hányadosa időben változik, ezért az egyenáramú hálózatoknál használt Kirchhoff-törvények (csomóponti és huroktörvény) csak a *pillanatnyi* értékekre alkalmazhatók, az amplitúdókra nem. Az eredő áramok ill. feszültségek amplitúdóját a rész-áramok ill. -feszültségek amplitúdójából csak a *fázisok ismeretében* lehet meghatározni. Formális hasonlóság hozható viszont létre a váltó- és egyenáramú hálózatszámítás között az alábbi módszerrel.

10.1.2. Komplex mennyiségek bevezetése

Egy komplex számot megadhatunk az R valós és az X képzetes részével:

$$\tilde{Z} = R + i X ,$$

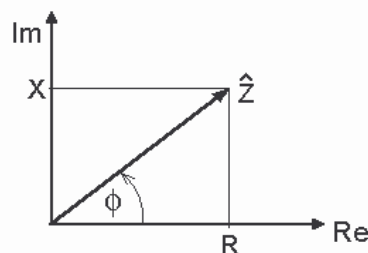
vagy a Z abszolút értékével és a φ fázisával:

$$\tilde{Z} = Z e^{i\varphi} \quad (\text{Euler alak})$$

A φ fázis a valós tengellyel bezárt szög.

Az ábráról látható, hogy

$$\left\{ \begin{array}{l} Z = \sqrt{R^2 + X^2} \\ \operatorname{tg} \varphi = X / R \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} R = Z \cos \varphi \\ X = Z \sin \varphi \end{array} \right\} ,$$



10.5. ábra

vagyis $\tilde{Z}$ felírható $\tilde{Z} = Z \cos \varphi + i Z \sin \varphi$ alakban is.

Az Euler alakból kiolvasható, hogy komplex számok szorzásakor az abszolút értékek szorozódnak, és a fázisok összeadódnak.

Elvben feltételezhetjük, hogy a feszültség ill. az áramerősség komplex értékű függvénye az időnek:

$$\tilde{U} = \tilde{U}_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi_U)} , \quad \tilde{I} = \tilde{I}_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi_I)} . \quad (10.7)$$

Bár ennek fizikai értelme nincs, mégis, ha vesszük $\tilde{U}$ ill. $\tilde{I}$ valós részét, az már a közönséges harmonikus időfüggés:

$$\operatorname{Re}(\tilde{U}) = U_0 \cos(\omega t + \varphi_U), \quad \operatorname{Re}(\tilde{I}) = I_0 \cos(\omega t + \varphi_I) . \quad (10.8)$$

Mindaddig, míg lineáris műveleteket (összeadást, konstanssal való szorzást, differenciálást és integrálást) hajtunk végre a feszültségen és áramokon, ezt elvégezhetjük a komplex függvényalakon, és azután vesszük az eredmény valós részét.

Tételezzük fel tehát, hogy az áramerősség $\tilde{I} = \tilde{I}_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi_I)}$ alakú, és határozzuk meg (10.2), (10.3) és (10.5) mintájára a komplex feszültségeket az egyes áramköri elemeken:

$$\tilde{U}_R = R \cdot \tilde{I}_0 e^{i(\omega t + \varphi_I)} = R \cdot \tilde{I} \quad (10.9)$$

$$\tilde{U}_C = \frac{1}{C} \int \tilde{I}_0 e^{i(\omega t + \varphi_I)} dt = \frac{1}{C} \cdot \frac{\tilde{I}_0}{i\omega} e^{i(\omega t + \varphi_I)} = \frac{1}{\omega C i} \cdot \tilde{I} , \quad (10.10)$$

$$\tilde{U}_L = L \cdot \frac{d\tilde{I}_0 e^{i(\omega t + \varphi_I)}}{dt} = L \cdot \tilde{I}_0 \cdot i\omega \cdot e^{i(\omega t + \varphi_I)} = \omega L i \cdot \tilde{I} . \quad (10.11)$$

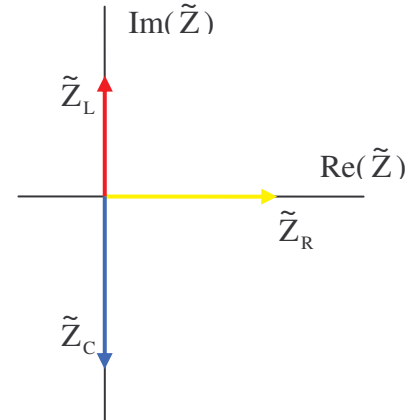
Látható, hogy a komplex alakban már a kondenzátor és a tekercs feszültségének és áramának hányadosa is egy-egy időtől nem függő (viszont komplex) szám. Ezeket a hányadosokat **komplex impedanciáknak** nevezzük, $\tilde{Z}$ -vel jelöljük, és velük a komplex feszültség és komplex áram közötti összefüggés az egyenáramú Ohm-törvényhez hasonló alakba írható:

$$\tilde{U} = \tilde{Z} \cdot \tilde{I} . \quad (10.12)$$

Az ellenállás, a kondenzátor és a tekercs impedanciáját a (10.9)–(10.11) képletekből olvashatjuk ki:

$$\tilde{Z}_R = R, \quad \tilde{Z}_C = \frac{1}{\omega C i} = -\frac{1}{\omega C} i, \quad \tilde{Z}_L = \omega L i. \quad (10.13)$$

Ezeket a komplex impedanciákat mutatja a (10.6) ábra:



10.6. ábra

Ha ellenállásokból, tekercsekkel és kondenzátorokból tetszőleges kétpólust építünk, annak a két pólusán is arányos lesz a komplex feszültség a komplex árammal, mert ez az arányosság minden elemen fennáll. Egy kétpólus komplex feszültségének és áramának hányadosát a kétpólus eredő komplex impedanciájának nevezzük, és az egyenáramú hálózatoknál megismert szabályok szerint számolható ki az egyes áramköri elemek komplex impedanciájából, azaz

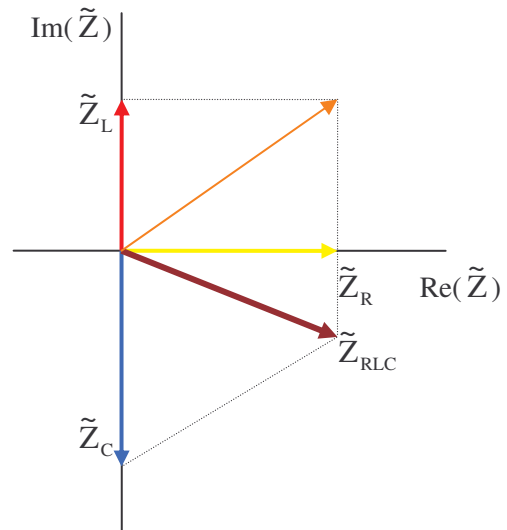
– soros kapcsolásnál a komplex impedanciák összeadódnak:

$$\tilde{Z}_e = \sum \tilde{Z}_i, \quad (10.14)$$

– párhuzamos kapcsolásnál pedig az egyes impedanciák reciprokának összege adja az eredő reciprokát:

$$\frac{1}{\tilde{Z}_e} = \sum \frac{1}{\tilde{Z}_i}. \quad (10.15)$$

Ez azt jelenti, hogy soros kapcsolásnál a komplex síkon az eredő impedancia az egyes impedanciáknak megfelelő vektorok eredőjének megszerkesztésével nyerhető:



10.7. ábra

komplex impedanciák **vektorábrája**

Mivel tudjuk, hogy komplex számok szorzásánál az abszolút értékek szorozódnak, a fázisok pedig összeadódnak, a komplex mennyiségekkel érvényes az Ohm-törvényből következik, hogy

– a feszültség amplitúdója az impedancia abszolút értékének és az áram amplitúdójának szorzata:

$$U_0 = Z \cdot I_0,$$

– a feszültség fázisa viszont az impedancia és az áram fázisának összegével egyenlő:

$$\varphi_U = \varphi_Z + \varphi_I.$$

φ_Z helyett általában röviden csak φ -t írunk. Tehát

$$U(t) = Z \cdot I_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi + \varphi_I).$$

Ellenőrizhetjük, hogyan kapjuk vissza ellenállásra, kondenzátorra és tekercsre a 10.1.1. pontban levezetett összefüggéseket:

– Az ellenállás impedanciája $\tilde{Z}_R = R$. Ennek abszolút értéke R , így $U_{R,0} = R I_0$, és fázisa 0 , vagyis a feszültség és az áram azonos fázisban vannak.

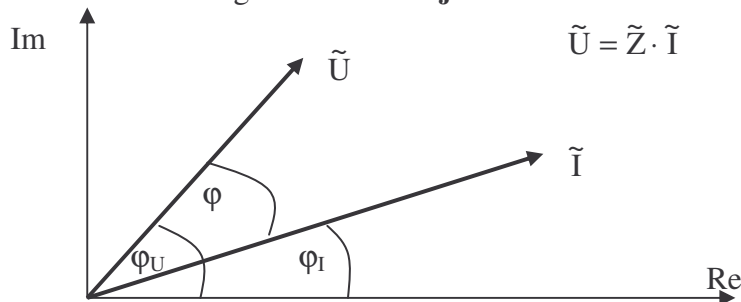
– A kondenzátor impedanciája $\tilde{Z}_C = \frac{1}{\omega C i} = -\frac{1}{\omega C} i$. Ennek abszolút értéke $1/(\omega C)$, így

$U_{C,0} = I_0 / (\omega C)$, és fázisa $-\pi/2$, vagyis a feszültség $\pi/2$ -vel késik az áramhoz képest.

– A tekercs impedanciája $\tilde{Z}_L = \omega L i$. Ennek abszolút értéke ωL , így $U_{L,0} = \omega L I_0$, és fázisa $\pi/2$, vagyis a feszültség $\pi/2$ -vel siet az áramhoz képest.

Ezen elemek összekapcsolásával az eredő impedancia fázisa $-\pi/2$ és $\pi/2$ közötti érték.

A komplex számsíkon ábrázolhatjuk nemcsak a komplex impedanciák, hanem a komplex váltóáramok és feszültségek **vektorábráját** is:



10.1.3. Váltóáramú teljesítmény számítása

Periodikusan változó áram és feszültség esetén a pillanatnyi teljesítmény helyett az *átlagteljesítménynek* van gyakorlati jelentősége. Az átlagteljesítmény a pillanatnyi valós feszültség és áram szorzatának (a pillanatnyi teljesítménynek) az időátlaga egy periódusra.

Számoljuk ki szinuszos időfüggés esetén az átlagteljesítményt. Legyen $\varphi_I = 0$, így $\varphi_U = \varphi$.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T U_0 \cos(\omega t + \varphi) \cdot I_0 \cos(\omega t) dt = \frac{U_0 I_0}{T} \int_0^T \frac{\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi}{2} dt = \frac{U_0 I_0}{2} \cos \varphi$$

Bevezetve az effektív értékeket

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}, \quad I_{\text{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

a teljesítmény az alábbi alakba írható:

$$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi.$$

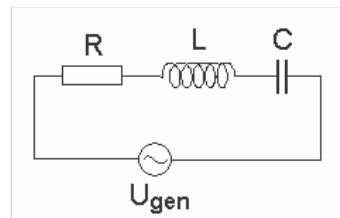
Az egyenáramú teljesítményhez képest tehát az az eltérés, hogy a teljesítményben megjelenik az impedancia fázisa. Ohmos ellenállásnál $\cos \varphi = 1$, kondenzátornál és tekercsnél viszont $\cos \varphi = 0$. Ez azt jelenti, hogy teljesítmény csak az ellenállásokon disszipálódik.

10.1.4. Rezgőkörök

Gyakran előfordul, hogy egy váltóáramú hálózat eredő impedanciájának az abszolút értéke a frekvencia függvényében szélsőértéken megy át. A két legnevezetesebb a soros és a párhuzamos rezgőkör. A mérés során csak a **soros rezgőkörrel** fogunk foglalkozni.

Soros rezgőkör

Sorba kapcsolunk egy R ellenállást, egy L önindukciójú tekercset és egy C kapacitású kondenzátort, és egy ω körfrekvenciájú váltóáramú generátorra kötjük:



10.8. ábra Soros rezgőkör

A soros rezgőkör komplex impedanciája:

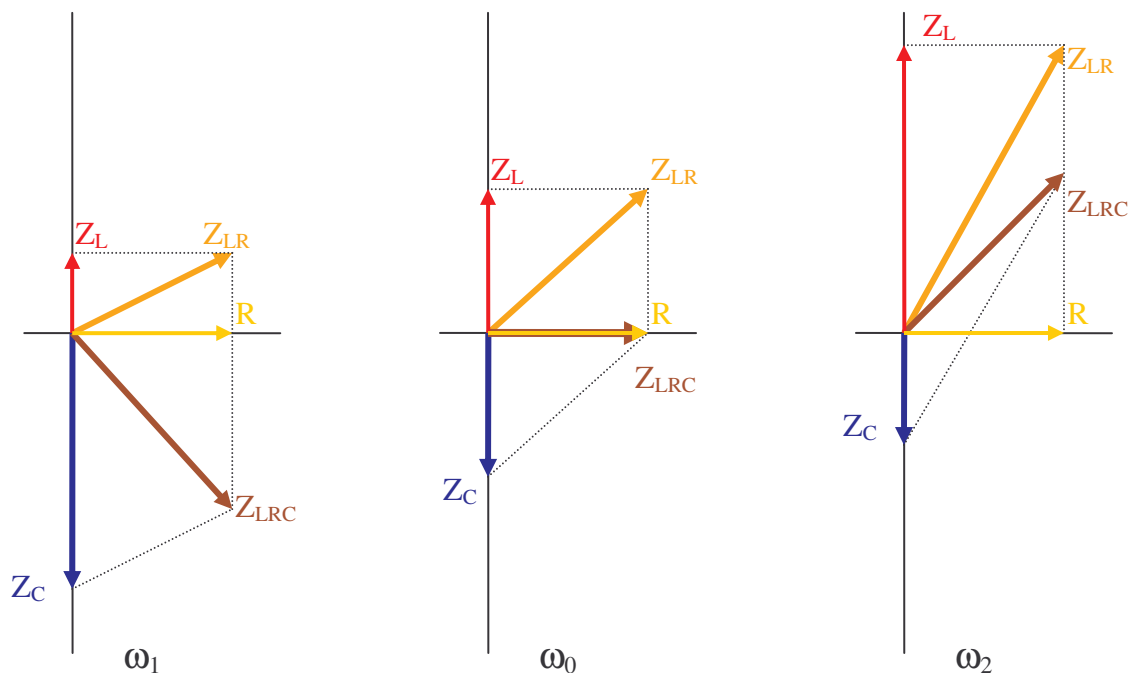
$$\tilde{Z}_{LRC} = R + \tilde{Z}_L + \tilde{Z}_C = R + \omega Li + \frac{1}{\omega Ci} = R + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) i \quad (10.16)$$

Az olyan önindukciós tekercset, amelynek ohmos ellenállása is van, *reális* tekercsnek nevezzük. Ennek impedanciája

$$\tilde{Z}_{LR} = R + \omega Li. \quad (10.17)$$

A mérés során is ilyet használunk.

Az eredő impedancia az ω körfrekvencia (a ν frekvencia) függvénye.



10.9. ábra Kondenzátor, reális tekercs és soros eredőjük impedanciája 3 különböző –egyre nagyobb– körfrekvencián ($\omega_1 < \omega_0$, ω_0 és $\omega_2 > \omega_0$)

Létezik egy ω_0 körfrekvencia, ahol $\tilde{Z}_{LRC}$ képzetes része zérus:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}; \quad (10.18)$$

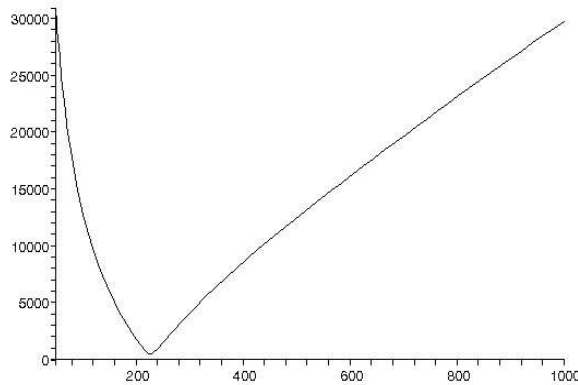
ekkor az impedancia valós, és az ohmos ellenállással, R -rel egyenlő:

$$\tilde{Z}(\omega_0) = R. \quad (10.19)$$

Ezen a körfrekvencián a (10.16) impedancia abszolút értékének,

$$Z_{LRC} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (10.20)$$

-nek minimuma van:



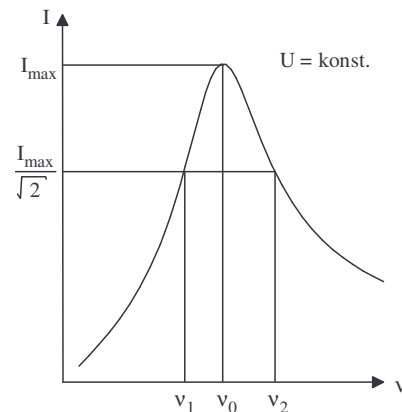
10.10. ábra Soros rezgőkör eredő impedanciájának frekvenciafüggése
($R = 500 \, \Omega$, $L = 5 \, H$, $C = 0,1 \, \mu F$, $\nu = 50 \dots 1000 \, Hz$)

Ez a körfrekvencia kifejezhető (10.18)-ból L és C értékével:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{Thomson-formula} \quad (10.21)$$

A $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ frekvencia az áramkör **rezonanciafrekvenciája**. (10.22)

Konstans feszültség mellett ennél a frekvenciánál az áram maximumon megy át, ezért a jelenséget **áramrezonanciának** nevezzük.



10.11. ábra Soros rezgőkör rezonanciagörbéje

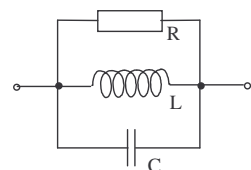
Párhuzamos rezgőkör

Párhuzamos rezgőkörnél az impedancia reciprokát, az ún. **admittanciát** érdemes kiszámítani:

$$\frac{1}{\tilde{Z}} = \tilde{Y} = \frac{1}{R} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)i, \quad Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

Ebben az esetben $Z(\omega)$ -nak az $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ helyen maximuma van, értéke R .

Állandó áram esetén a feszültség megy át maximumon, ez a **feszültségrezonancia**.



Párhuzamos rezgőkör

A rezonanciagörbe alakját, a rezonancia élességét a **Q jósági tényezővel** jellemezzük. Q értéke annál nagyobb, minél szűkebb az a frekvenciatartomány, ahol jelentősen megnövekedett áramokat mérhetünk.

Soros rezgőkör esetén a Q jósági tényező a rezonanciafrekvenciához tartozó egyes reaktanciák (nem ohmikus impedanciák) és az ohmikus ellenállás hányadosa:

$$Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} . \quad (10.23)$$

(A harmadik alakot a Thomson-formula felhasználásával kaphatjuk.)

A jósági tényezőt számolhatjuk a rezonanciagörbéből is:

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{\nu_0}{\nu_2 - \nu_1} , \quad (10.24)$$

ahol ω_1 és ω_2 (ill. ν_1 és ν_2) az a két körfrekvencia (ill. frekvencia), amelynél az áramerősség a maximális érték $\sqrt{2}$ -edére csökken (ld. 10.11. ábra) állandó feszültség mellett.

Hogy miért pont a maximális áram $\sqrt{2}$ -edéhez tartozó frekvenciákat kell venni Q kiszámításához? Ennek az az oka, hogy így lesz a kétféle képlettel számolva azonos a jósági tényező értéke. A maximális áram $\sqrt{2}$ -edéhez tartozó frekvenciáknál ugyanis –mivel a feszültség állandó– az eredő impedancia abszolút értéke $\sqrt{2}$ -szerese a rezonanciafrekvenciához tartozó impedanciának, azaz R-nek:

$$Z_{LRC} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{2} \cdot R = \sqrt{2R^2} ,$$

vagyis ekkor az eredő reaktancia abszolút értéke megegyezik az ohmikus ellenállással:

$$\left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right| = R , \quad \text{vagyis} \quad \frac{1}{\omega_1 C} - L\omega_1 = R \quad \text{és} \quad L\omega_2 - \frac{1}{\omega_2 C} = R .$$

A Thomson-formulából $1/C = \omega_0^2 L$, ennek behelyettesítésével

$$\frac{\omega_0^2 L}{\omega_1} - L\omega_1 = R \quad \text{és} \quad L\omega_2 - \frac{\omega_0^2 L}{\omega_2} = R ;$$

majd ω_1 -gyel ill. ω_2 -vel szorozva, és a két egyenletet összeadva

$$(\omega_2^2 - \omega_1^2)L = (\omega_1 + \omega_2)R, \quad \text{azaz} \quad (\omega_2 - \omega_1)(\omega_1 + \omega_2)L = (\omega_1 + \omega_2)R \\ \Rightarrow (\omega_2 - \omega_1)L = R \Rightarrow L/R = 1/(\omega_2 - \omega_1) .$$

Ezt behelyettesítve a jósági tényezőre adott (10.23) formulába

$$Q = \omega_0 L/R = \omega_0 / (\omega_2 - \omega_1),$$

tehát beláttuk, amit akartunk.

Az ω_1 ill. ω_2 körfrekvenciákon a rezgőkör által felvett teljesítmény a rezonanciafrekvencián felvett maximális teljesítménynek éppen a fele:

$$P(\omega_1) = P(\omega_2) = I(\omega_1)^2 \cdot R = I(\omega_2)^2 \cdot R = \left(\frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} \right)^2 R = \frac{I_{\max}^2 R}{2} = \frac{P_{\max}}{2}$$

10.2. Soros rezgőkör rezonanciagörbájének és áramköri jellemzőinek mérése

A mérés célja: egy könnyen megvalósítható modellen, a soros váltóáramú rezgőkörön tanulmányozni a rezonancia jelenségét, amely a mérnöki gyakorlatban sokszor előfordul (mechanikus rezgések gépeken, spektroszkópiai módszerek, adatátvitel).

Eszközök:

Kondenzátor: Jó közelítéssel ideálisnak tekinthető (azaz nincs ohmikus ellenállása). Kényelmi okokból egy plexi dobozba szereltük és banánhüvely kivezetésekkel láttuk el.

Tekercs: Fénycsőelötétként használt vasmagos tekercs. Reális tekercsként viselkedik, azaz van ohmikus ellenállása. Ez két részből tevődik össze: a rézvesztéséből, vagyis a tekercset alkotó rézhuzal ellenállásából (néhányszor tíz Ω), és a vasvesztéséből, ami abból származik, hogy a váltóárammal átjárt tekercs vasmagján energia disszipálódik, a vasmag melegszik. Ez utóbbi is modellezhető ohmikus ellenállással, ami többek között függ a vasmag anyagi minőségétől, geometriai elrendezésétől, a frekvenciától és az áramerősségtől; nagyságrendje fél k Ω .

Függvénygenerátor: Különböző jelalakú és frekvenciájú váltófeszültség előállítására szolgál. Amikor szinuszos kimenetet használunk, hanggenerátorként fogunk rá hivatkozni. Fontosabb kezelőszervei: a hálózati kapcsoló, a frekvencia beállítására való tartományváltó és finomszabályozó gombok, a frekvencia digitális kijelzője, a jelalakváltó gomb és végül a kimenőfeszültség amplitúdóját szabályozó gombok. A készülék nem ideális feszültséggenerátor abban az értelemben, hogy kapocsfeszültsége megváltozik, ha a terhelést vagy a frekvenciát megváltoztatjuk. A szabályozható kimenőfeszültség azonban lehetőséget nyújt arra, hogy a rezgőkörön konstans feszültséget tartsunk a rezonanciagörbe felvételénél.

Digitális univerzális műszerek: Áram-, feszültség- és ellenállásmérésre alkalmasak. Általános szabály, hogy egy műszert mindig a legnagyobb méréshatárba kötünk be, majd fokozatosan csökkentjük a méréshatárt a mérendő értéknél nagyobb legkisebbig. **Szinuszos váltakozó áram esetén a műszerről leolvasható érték az effektív érték** (az amplitúdó $\sqrt{2}$ -e).

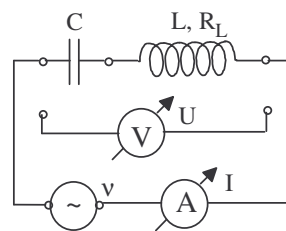
10.2.1. Soros rezgőkör rezonanciagörbájének mérése

Feladat:

Állítsuk össze a 10.12. ábra szerinti kapcsolást.

A voltmérőt kötjük be utoljára, úgy, hogy a teljes rezgőkörön, vagyis a kondenzátor és a tekercs soros eredőjén eső feszültséget mérjük vele.

Mielőtt az áramkörre rákapcsolnánk a feszültséget, ellenőriztetni kell a mérésvezetővel!



10.12. ábra

1. Tájékozódás céljából közelítőleg meghatározzuk a rezonanciafrekvenciát: a hanggenerátoron maximális amplitúdót állítunk be, az ampermérőn keresünk egy alkalmas méréshatárt, majd folyamatosan növelve a frekvenciát kb. 25 Hz-től indulva, az ampermérőn árammaximumot keresünk. Eközben értelemszerűen váltunk a hanggenerátoron frekvenciatartományt és az ampermérőn méréshatárt. A maximumhely a közelítő rezonanciafrekvencia (azért csak közelítő, mert közben a feszültséget nem szabályoztuk).

2. Kiválasztjuk a rezonanciagörbe felvételénél alkalmazandó konstans feszültséget: leolvassuk a közelítő rezonanciafrekvencián maximális generátoramplitúdó mellett a rezgőkörön eső feszültséget, és választunk egy tetszőleges értéket ennek kb. a 2/3-ánál. A rezonanciagörbe felvételekor minden beállított frekvencián ezt fogjuk beállítani a hanggenerátor amplitúdó gombjával (vagyis a hanggenerátor által leadott feszültség amplitúdójának változtatásával).

3. Felvesszük a rezonanciagörbét: legalább 10-12 mérési pontban

- kiválasztjuk a frekvenciát,
- beállítjuk a konstans feszültséget,
- leolvassuk az áramerősséget.

Ügyeljünk arra, hogy úgy vegyünk fel mérési pontokat, a mérési pontok alapján megrajzolt rezonanciagörbéből egyrészt a rezonanciafrekvencia 2-3 Hz pontossággal, másrészt a jósági tényező meghatározható legyen. Ez más szavakkal azt jelenti, hogy egyrészt a maximális áramhoz tartozó frekvencia (a rezonanciapont) környékén 2-3 Hz-enként vegyünk fel mérési pontokat lefelé és felfelé is, másrészt hogy a rezonanciapontban mért áramerősség $\sqrt{2}$ -e alatt kevéssel is legyen egy-egy mérési pont a rezonanciafrekvenciánál kisebb és nagyobb frekvenciák irányába is.

Kiértékelés:

Ábrázoljuk milliméterpapíron a rezonanciagörbét!

A rezonanciagörbéből állapítsuk meg a rezonanciafrekvenciát (ν_0), és számoljuk ki a jósági tényezőt és a tekercs ohmikus ellenállását:

$$Q = \frac{\nu_0}{\nu_2 - \nu_1}, \quad R_L = \frac{U}{I_{\max}}.$$

10.2.2. Soros rezgőkör áramköri jellemzőinek mérése

Feladat:

Állítsunk be a maximális amplitúdó 2/3-a környékén egy tetszőleges értéket a hanggenerátoron, és ezt a továbbiakban már ne változtassuk.

Sorban be fogunk állítani három különböző frekvenciát: $0,8 \cdot \nu_0$, ν_0 , $1,2 \cdot \nu_0$ (ν_0 értékét az előző mérési sorozatból tudjuk). Ezután minden egyes frekvenciánál

a) a voltmérőt a kondenzátor sarkaira kötjük, leolvassuk az áramerősség (I_1) és a kondenzátoron eső feszültség (U_C) értékét;

b) a voltmérőt a tekercsre kötve leolvassuk I_2 -t és U_{LR} -t;

c) a voltmérőt a kondenzátor és a tekercs soros eredőjére kötve leolvassuk I_3 -at és U_{LRC} -t.

Ideális voltmérőt feltételezve, egy adott frekvencián I_1 , I_2 és I_3 teljesen azonos lenne. A közöttük megfigyelhető kis különbségek mutatják a voltmérő befolyását.

Kiértékelés:

1. Számítsuk ki a rezonanciafrekvencián mért adatokból a kapacitást és az induktivitást:

a) kondenzátort ideálisnak tekintjük, tehát $C = \frac{I_1}{\omega_0 \cdot U_C}$,

b) a tekercsnél figyelembe vesszük annak ohmikus ellenállását, vagyis $L = \frac{1}{\omega_0} \cdot \sqrt{\left(\frac{U_{LR}}{I_2}\right)^2 - R_L^2}$.

(A számolás természetesen elvégezhető a $0,8\nu_0$ ill. az $1,2\nu_0$ frekvencián mért adatokból is.)

2. A fenti értékek felhasználásával számítsuk ki a rezonanciafrekvenciát a (10.21) képlettel és a jósági tényezőt a (10.23) képlettel:

$$\nu'_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad Q' = \frac{1}{R_L} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}},$$

majd vessük össze a rezonanciagörbéből kapottakkal.

3. A $0,8\nu_0$, ν_0 , ill. $1,2\nu_0$ frekvenciákon mért adatok felhasználásával mindhárom esetben szerkesszük meg az áramkör vektorábráját az alábbi feltételezésekkel:

- a voltmérő és a kondenzátor ideális,
- a tekercs reális, vagyis impedanciájának fázisa 0 és $\pi/2$ közé esik.

A vektorábrában az áram- és feszültségvektorok hosszának a mért effektív értékeket feleltetjük meg, a vektorok irányát pedig az egyes mennyiségek fázisa szabja meg. Sorosan kapcsolt áramköri elemeken a feszültségek összegződnek, ez a vektorábrában a feszültségvektorok vektori összegzését jelenti.

A szerkesztés menete:

- vegyük fel először a közös áramvektort (sorosan kapcsolt elemeken ugyanaz az áram folyik);
- majd erre merőlegesen lefelé a kondenzátor feszültségét (a kondenzátoron a feszültség az áramhoz képest $\pi/2$ -vel késik);
- körzővel szerkesszük meg az $\underline{U}_C + \underline{U}_{LR} = \underline{U}_{LRC}$ vektorháromszög $\underline{U}_C$ -vel szemközti csúcsát;
- rajzoljuk meg $\underline{U}_{LRC}$ -t, és párhuzamos eltolással az $\underline{U}_{LR}$ vektort.

(A feszültségek vektorábrája hasonló a 10.9. ábrán látható impedancia-vektorábrához.)