6. LOGIKAI ÁRAMKÖRÖK

A **gyakorlat célja**, hogy a hallgatók megismerkedjenek a logikai algebra elemeivel, és képesek legyenek egyszerű logikai függvények realizálására integrált áramkörök (IC-k) felhasználásával.

Számítógépekben, műszerekben, vezérlő automatákban alapvető szerep jut az olyan áramköröknek, melyek valamilyen logikai összefüggést fejeznek ki. Ezeknek a logikai áramköröknek az építőkövei az ún. kapuáramkörök. A kapuáramköröknek két állapota lehetséges, egy nyitott és egy zárt állapot, mely állapotok a *logikai igennek* illetve *nemnek* felelnek meg. (A legegyszerűbb áramköri elem, melynek két állapota lehet, az egyállású kapcsoló, mely bekapcsolva vezeti az áramot, kikapcsolva pedig nem.)

A logikai áramkörök tervezésénél az a célunk, hogy bizonyos események bekövetkezésénél az áramkör meghatározott módon vezéreljen valamilyen eszközt. Például a lift induljon felfelé, ha a liftben megnyomtak egy magasabb emeletnek megfelelő gombot, vagy ha a lift egy emeleten áll és egy felsőbb emeleten megnyomták a hívógombot, de ne induljon, ha az ajtó nyitva van, stb. Itt bizonyos lehetséges események bekövetkezéséről vagy be nem következéséről van szó és ezekre az eseménykombinációkra adott válaszról (esetünkben: hogy a lift elindul felfelé vagy lefelé, vagy nem mozdul).

Az eseményeket, melyek vagy bekövetkeznek, vagy nem, és a bekövetkezésükre utaló állításokat, ítéleteket, melyek igaznak vagy hamisnak bizonyulnak, *logikai változóknak* tekinthetjük: olyan változóknak, melyeknek két lehetséges értéke van, 1 és 0. A logikai változó értéke 1, ha az esemény bekövetkezik, ha az állítás igaz, ill. 0 az ellenkező esetben. (Lehet a szóban forgó eseményeket kapcsolókkal is szemléltetni: a kapcsoló bekapcsolása jelenti az esemény bekövetkezését, a kikapcsolt állapot pedig, hogy az esemény nem következett be.)

Az ilyen kétállapotú elemek halmazán értelmezhetünk műveleteket, sőt egész algebrát (Boole-algebra), összeadással és szorzással, nulla "0" és egység "E" elemmel, inverzzel. Boole-algebra a halmazalgebra is, ahol az összeadás a halmazok egyesítése, a szorzás a halmazok metszete, az inverz a komplementerhalmaz, egység az univerzum (a mindent magába foglaló halmaz), és a zéró elem az üres halmaz.

Az igaz vagy hamis állításokra vonatkozó algebrát *logikai algebrának* nevezzük. Ha események alkotják az alaphalmazt, eseményalgebráról beszélünk, ha pedig kapcsolók az alaphalmaz elemei, kapcsolóalgebráról. A logikai algebra összefüggései jól szemléltethetők a halmazelméletben megismert Venn-diagrammokkal.

A logikai algebra

Jelöljük **A, B, C,..., Y** -nal annak a halmaznak az elemeit, melyen a *Boole-algebrát* értelmezzük. Legyenek ezek az elemek most események, illetve az események bekövetkezésére vagy tényállásokra utaló állítások, melyek igazak vagy hamisak lehetnek, ennek megfelelően a hozzájuk rendelt logikai változó értéke 1 vagy 0. Az elemekre értelmezett műveletek eredménye is az eredeti halmaz eleme, egy esemény illetve állítás, mely megint csak igaz vagy hamis lehet, tehát a megfelelő logikai változó 1 vagy 0 értéket vehet fel.
A Boole-algebrában két alapműveletet értelmezünk:

Az *összeadás* illetve „VAGY” („OR”) kapcsolat

$$\mathbf{Y = A + B}$$

eredménye az az esemény, mely bekövetkezik, ha **A** vagy **B** bekövetkezik; vagyis igaz, ha akár **A**, akár **B** igaz.

Az összeadás kommutatív és asszociatív:

$$\mathbf{A + B = B + A}\ ; \qquad \mathbf{A + (B + C) = (A + B) + C}. \tag{1}$$

Az összeadásnál értelmezhetünk *nulla-elemet* (**0**) a következőképpen:

$$\mathbf{A + 0 = A}\ . \tag{2}$$

A "**0**" elem az abszolút lehetetlen eseményt jelenti.

A *szorzás* illetve „ÉS” („AND”) kapcsolat

$$\mathbf{Y = A\,B}$$

eredménye az az esemény, mely csak akkor következik be, ha **A** és **B** is bekövetkezik; csak akkor igaz, ha **A** és **B** is igaz.

A szorzás szintén kommutatív és asszociatív:

$$\mathbf{A\,B = B\,A}\ ; \qquad \mathbf{A\,(B\,C) = (A\,B)\,C}\ . \tag{3}$$

A szorzásnál értelmezhetünk *egységelemet* ("**E**"):

$$\mathbf{A\,E = A}\ . \tag{4}$$

E a biztosan bekövetkező esemény, illetve a mindig igaz állítás.

Az egység- és zéróelemre fennáll, hogy tetszőleges **A** elem esetén

$$\mathbf{A\,0 = 0,} \qquad \mathbf{A + E = E}. \tag{5}$$

Fennáll továbbá, hogy

$$\mathbf{A + A = A,} \qquad \mathbf{A\,A = A}. \tag{6}$$

A szorzás és összeadás kétféleképpen is disztributív; tetszőleges **A, B, C** elemeknél

$$\mathbf{A\,(B + C) = A\,B + A\,C}\ ; \tag{7a}$$

$$\mathbf{A + B\,C = (A + B)\,(A + C)}\ . \tag{7b}$$

Minden **A** elemhez létezik az elem *inverze*, $\overline{\mathbf{A}}$, amit az **A** elem *negáltjának, tagadásának* nevezünk.

$$\mathbf{A\,\overline{A} = 0}\ , \tag{8}$$

$$\mathbf{A + \overline{A} = E}\ . \tag{9}$$

Egy elem negáltjának negáltja az eredeti elem:

$$\overline{\overline{\mathbf{A}}} = \mathbf{A}\ , \quad \text{valamint} \quad \overline{\mathbf{E}} = \mathbf{0} \quad \text{és} \quad \overline{\mathbf{0}} = \mathbf{E}\ . \tag{10}$$

A fentiekből következik, hogy

$$\mathbf{A + AB = A}\ , \qquad \text{valamint} \tag{11a}$$

$$\mathbf{A + \overline{A}B = A + B}\ . \tag{11b}$$

Az összeg és szorzat negáltjára fennállnak a *De Morgan - azonosságok*:

$$\overline{\mathbf{A}+\mathbf{B}+\mathbf{C}+\ldots} = \overline{\mathbf{A}}\,\overline{\mathbf{B}+\mathbf{C}+\ldots} = \overline{\mathbf{A}}\,\overline{\mathbf{B}}\,\overline{\mathbf{C}+\ldots} = \overline{\mathbf{A}}\,\overline{\mathbf{B}}\,\overline{\mathbf{C}}\ldots, \tag{12a}$$

$$\overline{\mathbf{ABC}\ldots} = \overline{\mathbf{A}} + \overline{\mathbf{BC}\ldots} = \overline{\mathbf{A}} + \overline{\mathbf{B}} + \overline{\mathbf{C}\ldots} = \overline{\mathbf{A}} + \overline{\mathbf{B}} + \overline{\mathbf{C}} + \ldots \tag{12b}$$

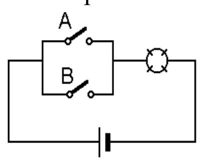
A logikai műveleteket jellemezhetjük azzal a táblázattal, mely a változók lehetséges értékeihez megadja az eredmény értékét. Ez az úgynevezett "*igazságtáblázat*".
(Egy igazságtáblázatnak mindig 2^n sora van, ahol n a független változók száma.)

Az alapműveletek igazságtáblázata:

inverz, tagadás, negálás:		összeadás, „VAGY”, „OR”:			szorzás, „ÉS”, „AND”:		
A	**Y = $\overline{A}$**	**A**	**B**	**Y = A + B**	**A**	**B**	**Y = A B**
1	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
0	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**
		0	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**
		0	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**

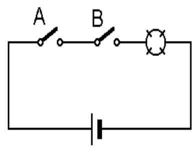
Az összeadást, szorzást, tagadást szemléltethetjük kapcsolókkal is. Legyen az **A** esemény az "A" kapcsoló bekapcsolása, a **B** esemény a "B" kapcsoló bekapcsolása, az **Y** esemény pedig egy lámpa kigyulladása.

Az összeadás párhuzamosan kötött kapcsolóknak felel meg:



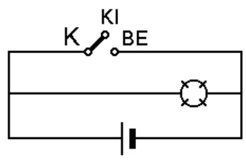
Y = A + B
A lámpa ég, ha bármelyik kapcsoló "BE" állásban van.

A szorzás a kapcsolók sorba kötésének felel meg:



Y = A B
A lámpa csak akkor ég, ha mindkét kapcsoló "BE" állásban van.

A negálást a fogyasztóval párhuzamosan kötött kapcsolóval valósíthatjuk meg:



Y = $\overline{A}$
A lámpa ég, ha a K kapcsoló "KI" állásban van, ill. nem ég a kapcsoló „BE” állapotában.

A logikai változók halmazán értelmezhetünk *függvényeket*:

Y = f (A, B, C, ...),

ahol az **A, B, C,...** független változók és az **Y** függvényérték is logikai változók.
Ezeket a függvényeket megadhatjuk a fenti alapvető műveletek kombinációjával, vagy megadhatjuk igazságtáblázattal.

Legyen például

$$\mathbf{Y = AB + B\overline{C} + \overline{B + C}}\ .$$

Ennek a függvénynek az igazságtáblázata:

A	B	C	AB	$B\overline{C}$	B+C	$\overline{B+C}$	$Y = AB + B\overline{C} + \overline{B+C}$
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	1	0	1

Egy függvény *standard alakját* úgy kapjuk meg az igazságtáblázatból, hogy összeadjuk a függvény összes változójának vagy negáltjának az olyan szorzatait, melyekre a függvény értéke "igaz".
A fenti függvény standard alakja:

$$\mathbf{Y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + AB\overline{C} + ABC}$$

A standard alakot az (1)–(11) azonosságok felhasználásával egyszerűbb függvényalakra hozhatjuk:

$$\mathbf{Y} = \overline{\mathbf{A}}\,\overline{\mathbf{C}}\left(\overline{\mathbf{B}} + \mathbf{B}\right) + \mathbf{A}\overline{\mathbf{C}}\left(\overline{\mathbf{B}} + \mathbf{B}\right) + \mathbf{AB}\left(\overline{\mathbf{C}} + \mathbf{C}\right) = \overline{\mathbf{A}}\,\overline{\mathbf{C}} + \mathbf{A}\overline{\mathbf{C}} + \mathbf{AB} = \overline{\mathbf{C}}\left(\overline{\mathbf{A}} + \mathbf{A}\right) + \mathbf{AB} = \mathbf{AB} + \overline{\mathbf{C}}$$

Figyeljük meg, hogy a fenti átalakítás során az $\mathbf{AB}\overline{\mathbf{C}}$ tagot kétszer is felhasználtuk. A (6) azonosság szerint ugyanis **A = A + A**, vagyis <u>egy tagot tetszőlegesen sokszor felhasználhatunk!</u>

Az egyszerűsítést elvégezhetjük az ún. **Karnaugh-tábla** segítségével is. Az ilyen táblázatban a lehetséges összevonások könnyen felismerhetőek, mivel olyan a cellák elrendezése, hogy a szomszédos cellák csak egy változóban térnek el egymástól. (Az első és a negyedik oszlop cellái is szomszédosaknak számítanak.) Először a táblázatba (az igazságtáblához hasonlóan) beírjuk az 1-eseket azokba a cellákba, amely kombinációk esetén a függvény értéke 1. A szomszédos cellákban található 1-esek összevonhatóak, a két tag helyett egyetlen tagot írunk ki, amely azokat a változókat tartalmazza, ami a két cellában közös volt.

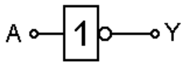
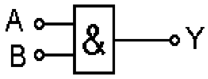
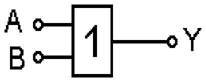
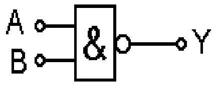
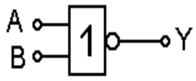
Pl. az alábbi táblázatban – ami a fenti feladatnak felel meg – a két szürkével jelölt cella az **ABC** és az $\mathbf{AB}\overline{\mathbf{C}}$ tagokat tartalmazza, amik összevonhatóak **AB** -vé, mivel a két cellában az a közös, hogy mindkettőnél **A** = 1 és **B** = 1 (**C** nem szerepel a tagban, mert **C** értékétől függetlenül igaz lesz a kifejezés). Hasonlóan az algebrai egyszerűsítéshez, itt is felhasználhatunk egy tagot többször is, pl. az $\mathbf{AB}\overline{\mathbf{C}}$ tag összevonható még akár a felette levő $\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\overline{\mathbf{C}}$ taggal, akár az első oszlopban lévő $\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}}\,\overline{\mathbf{C}}$ taggal.

A \ **BC**	**00**	**01**	**11**	**10**
0	1			1
1	1		1	1

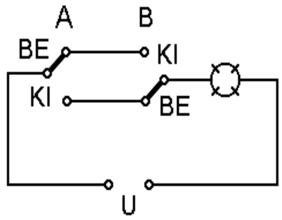
A kapuáramkörök

A legegyszerűbb logikai műveleteket elektromos kapcsolásokkal – ún. kapuáramkörökkel – reprezentálhatjuk. A logikai változók "**0**" értékének néhány tized V-os, az "**1**" értéknek néhány V-os feszültség felel meg. A kapuáramkörök bemenetei felelnek meg az **A, B, ...** független változóknak és a kimenet az **Y** "eredménynek". A kapuáramkörök kombinálásával tetszőleges logikai függvényt megvalósíthatunk.

A kapuáramköröket félvezető diódákból és tranzisztorokból építik fel, és leginkább integrált áramkörökként (IC) forgalmazzák. Az IC-k közös tokban több azonos típusú kapuáramkört is tartalmaznak. Technológiai okokból AND és OR kapuk helyett inkább NAND és NOR kapukat gyártanak. Léteznek 2-nél több bemenetű kapuk is. A kapuáramkörök fajtái, elnevezésük és jelölésük az alábbi táblázatban látható:

kapu elnevezése	függvény	jelölés
NOT (inverter)	$\mathbf{Y} = \overline{\mathbf{A}}$	
AND (és)	$\mathbf{Y} = \mathbf{A\,B}$	
OR (vagy)	$\mathbf{Y} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$	
NAND (tagadó és)	$\mathbf{Y} = \overline{\mathbf{A\,B}}$	
NOR (tagadó vagy)	$\mathbf{Y} = \overline{\mathbf{A} + \mathbf{B}}$	

Példa:



A folyosói világítást a folyosó mindkét végén fel tudjuk kapcsolni és le is tudjuk oltani (alternatív kapcsoló).
Kétállású kapcsolókkal így nézne ki a kapcsolási rajz:
Írjuk ezt le a logikai algebra nyelvén!
Hogyan valósítanánk meg a kapcsolást kapuáramkörökkel? (Csak NAND és NOR kapukat és invertereket használhatunk a megvalósításhoz.)

Megoldás:
Legyen az **A** esemény az, hogy az "A" kapcsoló fel van kapcsolva, a **B** esemény az, hogy a "B" kapcsoló fel van kapcsolva, az **Y** esemény pedig hogy ég a lámpa.
Legyen a két kapcsoló alaphelyzetben "LE" állapotban és ekkor a lámpa ne égjen.
Töltsük ki a függvény igazságtáblázatát:

- induláskor **A** = **0** és **B** = **0** esetén **Y** = **0** ;
- bármelyik kapcsoló felkapcsolásakor a lámpa kigyullad, tehát **A** = **1** és **B** = **0** , illetve **A** = **0** és **B** = **1** esetén **Y** = **1** ;
- majd a lámpa ismét elalszik, azaz **Y** = **0**, ha bármelyik kapcsoló állapotát megváltoztatjuk: akár valamelyik lekapcsolt kapcsolót felkapcsoljuk, tehát **A** = **1** és **B** = **1** lesz (akár valamelyik felkapcsolt kapcsolót lekapcsoljuk, tehát **A** = **0** és **B** = **0** lesz).

A függvény igazságtáblázata:

A	B	Y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

Írjuk fel a függvény standard alakját:

$$\mathbf{Y = A\,\overline{B} + \overline{A}\,B}$$

Ezt a függvényt nem lehet egyszerűsíteni.
A megvalósításhoz alakítsuk át úgy a fenti összefüggést a De Morgan - azonosságok (12) alkalmazásával úgy, hogy inverterekkel, NAND és NOR kapukkal legyen megvalósítható!

$$\mathbf{Y = A\,\overline{B} + \overline{A}\,B = \overline{\overline{A\overline{B} + \overline{A}B}} = \overline{\overline{A\overline{B}}\,\overline{\overline{A}B}}}$$

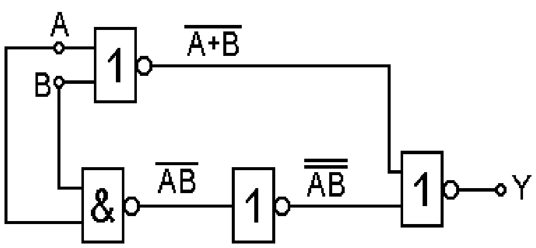
Ez a függvény két inverterrel és három NAND kapuval – összesen 5 kapuval – megvalósítható.
További átalakításokkal azonban olyan alakra tudjuk hozni, amihez kevesebb kapu is elég:

$$\mathbf{Y = \overline{\overline{A\overline{B}}\;\;\overline{\overline{A}B}} = \overline{(\overline{A} + B)(A + \overline{B})} = \overline{AB + \overline{A}\,\overline{B}} = \overline{\overline{\overline{AB}} + (\overline{A + B})}}$$

[Ezt az alakot gyorsabban megkapjuk, ha az $\mathbf{\overline{Y} = AB + \overline{A}\,\overline{B}}$ alakból indulunk ki:

$$\mathbf{\overline{Y} = AB + \overline{A}\,\overline{B} = \overline{\overline{AB}} + \overline{A + B} \quad \rightarrow \quad Y = \overline{\overline{\overline{AB}} + (\overline{A + B})}}\ .]$$

Ezt a logikai áramkört egy inverterrel, egy NAND és két NOR kapuval – összesen 4 kapuval – valósíthatjuk meg:



Mérés

Eszközök:

- panel a logikai áramkör megvalósításához
- kapuáramkörök (7402, 7420, 7400 és 7404 számú integrált áramkörök)
- közös egyenfeszültségű tápegység elosztóval
- mérőzsinórok

Feladat:

Az oktató által adott feladatnak megfelelő logikai algebrai függvény felírása és megvalósítása NAND, NOR és inverter kapukkal:

1. Meghatározzuk a feladat igazságtáblázatát, és ennek alapján …
2. … felírjuk a logikai algebrai függvény standard alakját.
3. Egyszerűsítjük és …
4. … a De Morgan - azonosságok alkalmazásával átalakítjuk úgy, hogy minél kevesebb NAND és NOR kapuval, ill. inverterrel megvalósítható legyen a feladatnak megfelelő áramkör.
5. Megrajzoljuk a kapcsolási rajzot, és …
6. … összeállítjuk a panelon a logikai áramkört.
7. Csatlakoztathatjuk a panelt a tápegységhez.
8. Az igazságtáblázat minden sorát végigpróbálva ellenőrizzük, hogy az áramkör valóban a kiadott feladatnak megfelelően működik-e.
9. Az áramkört ellenőriztetjük az oktatóval.

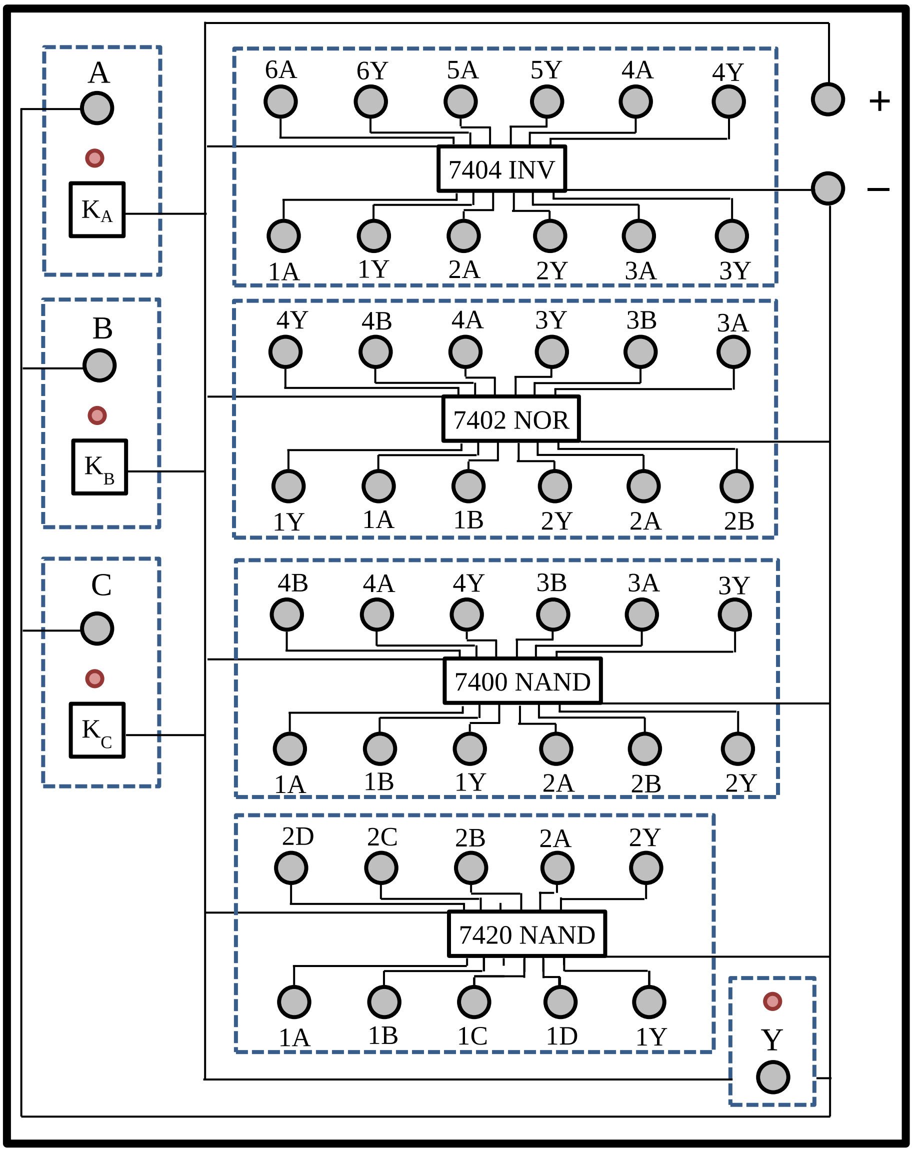
A logikai áramkört az ábrán látható panelon (nyomtatott áramköri lapon) állítjuk össze. A panelon négy IC foglalatot találunk, ezekbe vannak behelyezve az IC-k, melyek a következő kapukat tartalmazzák:

7404: 6 inverter
7402: 4 kétbemenetű NOR
7400: 4 kétbemenetű NAND
7420: 2 négybemenetű NAND (használható kevesebb bemenettel is)

A kapubemenetekhez és -kimenetekhez az IC-foglalat felett és alatt banánhüvelyek csatlakoznak. (Minden IC-hez két tápfeszültség-vezeték is csatlakozik a nyomtatott áramköri lapon, ezekhez nem tartozik banánhüvely).

A panel jobb felső sarkában lévő + ill. – jelű banánhüvelyekhez csatlakoztathatjuk az egyenfeszültségű tápegységet.

A logikai áramkör bemenő jeleit a panel bal oldalán lévő kapcsolókkal állíthatjuk. A kapcsoló bekapcsolt állapotát (azt, hogy a megfelelő logikai változó értéke 1) egy lámpa (LED) kigyulladása jelzi. A kapcsolók melletti banánhüvelyeket mérőzsinórral csatlakoztatjuk a megfelelő IC-bemenetekhez, azok kimenetét az összeépítendő kapcsolásnak megfelelően a további IC bemenetekhez, végül a logikai áramkör kimenetét a jobb alsó sarokban levő „Y” jelű banánhüvelyhez. Ha a kimenőjel logikai "igen"-nek felel meg (a logikai változó értéke 1), a kimenethez csatlakozó LED égni fog.



Panel a logikai áramkörhöz

A jegyzőkönyvben beadandó:

- az oktató által kiosztott feladat;
- az igazságtáblázat;
- a függvény standard alakja;
- az egyszerűsítés lépései (algebrai módon vagy Karnaugh-táblával);
- a függvény legegyszerűbb alakja;
- az átalakítás lépései a De Morgan - azonosságok alkalmazásával;
- a megvalósítható függvényalak;
- a kapcsolási rajz.

Példák

1. Írjuk fel **Y**-t mint **A, B** és **C** függvényét a következő igazságtáblázatnak megfelelően!

A	**B**	**C**	**Y**
1	**1**	**1**	**1**
1	**0**	**0**	**0**
0	**0**	**1**	**1**
0	**1**	**0**	**0**
1	**1**	**0**	**1**
1	**0**	**1**	**0**
0	**1**	**1**	**1**
0	**0**	**0**	**0**

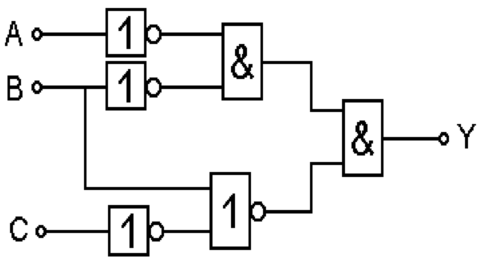
Megoldás:
A táblázatból leolvasható, hogy
az **Y** a következő esetekben teljesül:
ha **A, B** és **C** is igaz, vagy
ha **C** igaz, de **A** és **B** nem, vagy
ha **A** és **B** igaz, de **C** nem, vagy
ha **A** nem igaz, de **B** és **C** igaz.
Ez a mondat a logikai algebra nyelvére lefordítva:

$$\mathbf{Y = A\,B\,C + \overline{A}\;\overline{B}\;C + A\,B\;\overline{C} + \overline{A}\;B\,C}\,.$$

Az **Y = Y (A,B,C)** függvény egyszerűbb alakban is felírható:

$$\mathbf{Y = A\,B\,C + \overline{A}\;\overline{B}\;C + A\,B\;\overline{C} + \overline{A}\;B\,C = A\,B}\,(\mathbf{C} + \overline{\mathbf{C}}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{C}(\,\overline{\mathbf{B}} + \mathbf{B}) = \mathbf{A\,B} + \;\overline{\mathbf{A}}\;\mathbf{C}\,.$$

2. Írjuk fel **Y**-t mint **A, B, C** függvényét a diagramnak megfelelően!
Tervezzük meg ugyanezt a logikai függvényt a lehető legkevesebb kapu felhasználásával!



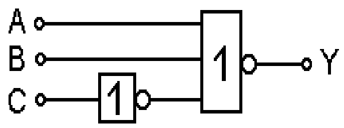
Megoldás:
A kapcsolásról leolvashatjuk a függvényt:

$$\mathbf{Y} = \;\overline{\mathbf{A}}\;\overline{\mathbf{B}}\;\overline{\mathbf{B}+\overline{\mathbf{C}}}$$

Alakítsuk át (12a) felhasználásával:

$$\mathbf{Y} = \;\overline{\mathbf{A}}\,\overline{\mathbf{B}}\,\overline{\mathbf{B}+\overline{\mathbf{C}}} = \overline{\mathbf{A}+\mathbf{B}+\mathbf{B}+\overline{\mathbf{C}}} = \overline{\mathbf{A}+\mathbf{B}+\overline{\mathbf{C}}}$$

Ez a függvény egy inverterrel és egy hárombemenetű NOR kapuval valósítható meg:



3. Egyszerűsítsük a következő logikai kifejezést!

$$\mathbf{Y} = \;\mathbf{C\,B}\; + \mathbf{C}\;\overline{\mathbf{B}}\;\mathbf{A}\;\overline{\mathbf{C}} + \overline{\overline{\mathbf{B\,A}}\;\overline{\overline{\mathbf{C}}\mathbf{B}} + \overline{\mathbf{C}}\mathbf{A\,B}\;\overline{\mathbf{C}}} + \overline{\mathbf{B}}\;\overline{\mathbf{C}}\;\overline{\mathbf{A}}\;\overline{\mathbf{B}}$$

Megoldás:

$$\mathrm{Y} = \mathrm{BC} + \mathrm{A}\overline{\mathrm{B}}(\mathrm{C}\overline{\mathrm{C}}) + \overline{\left(\overline{\mathrm{B}}+\overline{\mathrm{A}}\right)\left(\mathrm{C}+\overline{\mathrm{B}}\right) + \mathrm{AB}\overline{\mathrm{C}}} + \overline{\mathrm{A}}\,\overline{\mathrm{B}}\,\overline{\mathrm{C}} =$$

$$= \mathrm{BC} + 0 + \overline{\overline{\mathrm{B}}\mathrm{C} + \overline{\mathrm{A}}\mathrm{C} + \overline{\mathrm{B}} + \overline{\mathrm{A}}\,\overline{\mathrm{B}} + \mathrm{AB}\overline{\mathrm{C}}} + \overline{\mathrm{A}}\,\overline{\mathrm{B}}\,\overline{\mathrm{C}} =$$

$$= \mathrm{BC} + \overline{\overline{\mathrm{B}}\left(\mathrm{C}+1+\overline{\mathrm{A}}\right) + \overline{\mathrm{A}}\mathrm{C} + \mathrm{AB}\overline{\mathrm{C}}} + \overline{\mathrm{A}}\,\overline{\mathrm{B}}\,\overline{\mathrm{C}} =$$

$$= \mathrm{BC} + \overline{\overline{\mathrm{A}}\mathrm{C} + \overline{\mathrm{B}} + \mathrm{AB}\overline{\mathrm{C}}} + \overline{\mathrm{A}}\,\overline{\mathrm{B}}\,\overline{\mathrm{C}}$$

(11b) szerint **A +** $\overline{\mathbf{A}}$**B = A + B,** vagyis a nagy negáltjel alatt $\overline{\mathrm{B}} + \mathrm{AB}\overline{\mathrm{C}} = \overline{\mathrm{B}} + \mathrm{A}\overline{\mathrm{C}}$, azaz

$$\mathrm{BC} + \overline{\overline{\mathrm{A}}\mathrm{C} + \overline{\mathrm{B}} + \mathrm{AB}\overline{\mathrm{C}}} + \overline{\mathrm{A}}\,\overline{\mathrm{B}}\,\overline{\mathrm{C}} = \mathrm{BC} + \overline{\overline{\mathrm{A}}\mathrm{C} + \overline{\mathrm{B}} + \mathrm{A}\overline{\mathrm{C}}} + \overline{\mathrm{A}}\,\overline{\mathrm{B}}\,\overline{\mathrm{C}} =$$

$$= \mathrm{BC} + \left(\mathrm{A}+\overline{\mathrm{C}}\right)\mathrm{B}\left(\overline{\mathrm{A}}+\mathrm{C}\right) + \overline{\mathrm{A}}\,\overline{\mathrm{B}}\,\overline{\mathrm{C}} = \mathrm{BC} + \left(\mathrm{A}\overline{\mathrm{A}} + \overline{\mathrm{A}}\,\overline{\mathrm{C}} + \mathrm{AC} + \overline{\mathrm{C}}\mathrm{C}\right)\mathrm{B} + \overline{\mathrm{A}}\,\overline{\mathrm{B}}\,\overline{\mathrm{C}} =$$

$$= \mathrm{BC} + \overline{\mathrm{A}}\mathrm{B}\overline{\mathrm{C}} + \mathrm{ABC} + \overline{\mathrm{A}}\,\overline{\mathrm{B}}\,\overline{\mathrm{C}} = \mathrm{BC}\left(1+\mathrm{A}\right) + \overline{\mathrm{A}}\,\overline{\mathrm{C}}\left(\mathrm{B}+\overline{\mathrm{B}}\right) = \mathrm{BC} + \overline{\mathrm{A}}\,\overline{\mathrm{C}}$$

Gyakorló feladatok a beugró zh-ra való felkészüléshez

Hozzuk az alábbi logikai függvényeket egyszerűbb alakra, és írjuk fel igazságtáblázatukat!

Alakítsuk át úgy, hogy inverterekkel, NAND és NOR kapukkal megvalósíthatók legyenek!

Rajzoljuk fel a függvényt reprezentáló logikai áramkört!

a. $\mathbf{Y = \overline{A}\,C\,\overline{A}\,B + B\,\overline{A}\,\overline{B}\,C + \overline{B}\,C\,\overline{A}\,\overline{B} + B\,\overline{A}\,\overline{C}\,B + A\,\overline{B}\,\overline{C}\,A}$

b. $\mathbf{Y = B\,\overline{A}\,C\,\overline{A} + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{B}\,\overline{A} + \overline{C}\,\overline{B}\,A\,\overline{C} + \overline{B}\,\overline{A}\,C\,B + C\,\overline{B}\,C\,A}$

c. $\mathbf{Y = A\,\overline{C}\,B\,\overline{C} + B\,C\,B\,A + \overline{C}\,\overline{B}\,\overline{A}\,\overline{C} + \overline{C}\,\overline{A}\,\overline{B}\,C + \overline{B}\,C\,A\,\overline{B}}$

d. $\mathbf{Y = \overline{B}\,C\,A\,\overline{B} + C\,\overline{B}\,A\,\overline{C} + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,A + B\,C\,A\,B + \overline{B}\,A\,\overline{B}\,C}$

e. $\mathbf{Y = A\,\overline{B}\,\overline{C}\,B + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{B}\,A + B\,\overline{C}\,A\,B + A\,B\,C\,A + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,\overline{B}}$

f. $\mathbf{Y = \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{A}\,\overline{B} + \overline{B}\,\overline{A}\,C\,B + A\,\overline{C}\,A\,\overline{B} + \overline{A}\,C\,A\,\overline{B} + \overline{B}\,A\,\overline{C}\,\overline{B}}$

g. $\mathbf{Y = \overline{A}\,B\,\overline{A}\,\overline{C} + \overline{B}\,C\,A\,\overline{B} + \overline{\overline{C\,\overline{B}\,C\,A} + \overline{C}\,A\,B\,\overline{A}} + \overline{B}\,C\,\overline{A}\,\overline{B}}$

h. $\mathbf{Y = \overline{A}\,B\,A\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{B} + \overline{\overline{C}\,\overline{B}\,\overline{\overline{A}\,C} + \overline{B}\,A\,\overline{C}\,B} + \overline{B}\,\overline{A}\,\overline{B}\,C}$