**Fizika 1 – Mechanika órai feladatok megoldása 1. hét**

**1/1.** Egy motorcsónak a folyón felfelé halad, és szembetalálkozik egy tutajjal. A találkozás után egy órával a motor elromlik. A javítás fél órát vesz igénybe (közben a folyóval együtt sodródnak), és utána a motorcsónak a folyón – bekapcsolt motorral – lefelé megy, majd az első találkozás helyétől   
7,5 km-re éri utol a tutajt.   
Tételezzük fel, hogy a motorcsónak a folyóhoz képest állandó *vcs* sebességgel halad, a tutaj pedig a folyóval együtt mozog *vf* sebességgel.

Mennyi a folyó sebessége? Mennyi a csónak sebessége?

**MO.** A feladat azt demonstrálja, hogy a **vonatkoztatási rendszer** megfelelő választásával a megoldás menete egyszerűbb is lehet. Oldjuk meg **(1)** a parthoz rögzített, **(2)** a tutajhoz rögzített koordinátarendszerben felírva a mozgást.

**(1)** A koordinátarendszerünk *x* tengelyét helyezzük el a parttal párhuzamosan; origója legyen ott, ahol a motorcsónak és a tutaj először találkoznak; az *x* tengely pozitív értékei legyenek azok, amerre a folyó folyik. A folyó sebessége a parthoz képest *v*f. A motorcsónak sebességének nagysága a folyóhoz képest *v*cs, azaz a parthoz képest *v*f+*v*cs, ha a folyón lefelé megy; ill.   
*v*cs–*v*f, ha a folyón felfelé megy. Ezekkel kiszámolhatjuk a megtett utakat, de figyelembe kell venni azt is, milyen irányba mozgott a motorcsónak, ezért az utak helyett a motorcsónak   
*x* koordinátáját fogjuk felírni. (Vagyis ha felfelé megy a folyón, akkor *v*cs–*v*f nagyságú sebességgel az *x* tengely negatív irányába mozog, ezért negatív lesz az elmozdulása.)

Írjuk fel a motorcsónak és a tutaj helyének *x* koordinátáját a második találkozásig:

motorcsónak: –1⋅( *v*cs – *v*f ) + 0,5 ⋅ *v*f + *t\** ⋅ (*v*cs + *v*f ) = 7,5 [km]

ahol *t\** [h] az az idő, amíg a csónak a folyón lefelé halad bekapcsolt motorral;

tutaj: (1 + 0,5 + *t\**) ⋅ *v*f = 7,5 [km]

Megjegyzés: az előjeleken nem kell gondolkoznunk, ha azt a szabályt követjük, hogy minden tagot *t*⋅(*v*cs + *v*f ) alakban írunk fel, ahol *v*f mindig pozitív (mert az *x* tengely irányát ehhez igazítottuk), *v*cs előjele pedig pozitív ill. negatív attól függően, hogy a csónak az *x* tengely pozitív vagy negatív irányába mozog.

A 3 ismeretlenre csak 2 egyenletünk van. Átrendezve őket

(1 + 0,5 + *t*\*) ⋅ *v*f + (*t\** – 1) ⋅ *v*cs = 7,5 + (*t\** – 1) ⋅ *v*cs = 7,5 ⇒ *t\** = 1 h, *v*f = 3 km/h

A csónak sebessége tetszőleges lehet.

**(2)** Vegyünk fel egy folyóval/tutajjal együtt mozgó koordinátarendszert. Az origója legyen a tutajra rögzítve, az *x’* tengely pozitív iránya mutasson arra, amerre az első órában távolodik a csónak a tutajtól. Ekkor a tutaj *x’* koordinátája természetesen végig zérus, és a motorcsónak *x’* koordinátáját írjuk fel a második találkozásig:

1 ⋅ *v*cs – *t\** ⋅ *v*cs = 0

Ebből azonnal látható, hogy egyrészt mivel a csónak először 1 órát távolodik a tutajtól   
*v*cs sebességgel, és utána ugyancsak *v*cs sebességgel közeledik hozzá, így a közeledés ideje is   
1 óra; másrészt hogy a csónak sebessége tetszőleges.

**1/2.** A és B város vízparton helyezkednek el egymástól *d* távolságra. Egy motorcsónakkal, ami a vízhez képest *v*cs sebességgel tud menni, elmegyünk A-ból B-be, majd vissza B-ből A-ba. Megegyezik-e az oda-vissza út ideje, ha a víz folyó, ill. tó?

**MO.**

Ha a víz egy folyó és A-tól B felé folyik *v*f > 0 sebességgel, akkor

A-ból B-be *t*AB = *d*/(*v*cs+*v*f) idő alatt,

B-ből A-ba *t*BA = *d*/(*v*cs–*v*f) idő alatt ér a csónak,

tehát az összes idő *t*folyó = *d*/(*v*cs+*v*f) + *d*/(*v*cs–*v*f).

Ha a víz egy tó, akkor oda- ill. visszaút ideje is *t* = *d*/*v*cs , tehát *t*tó = 2*d*/*v*cs.

A két idő hányadosa

,

tehát folyóban hosszabb idő kell, mint tóban.

[Hogyhogy? mert a folyó kevesebb *ideig* segíti a csónakot, mint akadályozza.]

**1/3.** Egy katica mászkál a teraszon, ami az *x–y* síkban fekszik. A katica helyvektorának *x* és *y* komponense:

ahol *A* = 1 m, *T* = 8 perc .

**a)** Írjuk fel a katica helyvektorát az idő függvényében!

**b)** Adjuk meg, hol van a katica 2 perc; 4 perc; 6 perc; 8 perc; 10 perc; 15 perc; … múlva!

**c)** Rajzoljuk meg a katica pályáját!

**MO.**

**a)**

[ avagy más jelöléssel: ];

*A* és *T* értékét behelyettesítve

[m], ha a *t* időt percben mérjük, ill.

[m], ha a *t* időt másodpercben mérjük.

**b)** ***r***(*2) = 3****i*** – 2***j*** [m]; ***r***(*4*) = 0***i*** + 0***j*** [m]**; *r***(*6*) = –3***i*** + 2***j*** [m]; ***r***(*8*) = 0***i*** + 0***j*** [m]**;  
 *r***(*10*) = 3***i*** – 2***j*** [m]; ***r***(*15*) = –2,121***i*** + 1,414***j*** [m]

**c)** Általánosan a pálya kifejezéséhez az *x*(*t*) és *y*(*t*) függvényekből ki kell küszöbölni a *t*-t.

Jelen esetben nem magát *t*-t, hanem -t érdemes kifejezni:

*x*(*t*)-ből .

*y*(*t*)-t először átalakítjuk:,

majd ebbe behelyettesítjük -t *x*-szel kifejezve:

.

A pálya egy egyenes, de mivel *x* és *y* nem vehet fel tetszőleges értéket, ezért az *y* = −2*x*/3 egyenesnek csak a P1 (–3*A*,2*A*) és P2 (3*A*,–2*A*) pontok közötti szakasza.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | x3y2.jpg |
| *x* – *t* | *y* – *t* | *y* – *x* |

**VEKTOROK** (mely fizikai mennyiségek vektorok, melyek skalárok?)

**Műveletek vektorokkal**

**– általánosan**: szorzás skalárral; összeadás; skaláris szorzás; vektoriális szorzat.

**– 3D Descartes-koordinátarendszer**ben

Pl. legyen **a** = 1**i** – 2**j** + 3**k** , **b** = 4**i** –5**j** – 6**k**

**szorzás skalárral**: pl. = 4: **a** = 4**i** – 8**j** + 12**k**

**összeadás**: **a**+**b** = 5**i** – 7**j** – 3**k**

→ **a** + **b** : lineáris kombináció; sík egyenlete.

kivonás: **a**–**b** = **a** + (–1)·**b** = –3**i** + 3**j** + 9**k** , **b**–**a** = 3**i** – 3**j** – 9**k** ; „megváltozás”: későbbi–korábbi!

**skaláris szorzat** (2 vektorhoz egy skalárt rendel)

**általánosan**: **a**⋅**b** = ·cosα

– merőleges két vektor ⇔ a skalárszorzatuk zérus

– önmagával vett skaláris szorzat → abszolút érték → egységvektor

– két vektor által bezárt szög számítása

– egyik vektor előjeles vetülete a másik irányára (fizikában: pl. munka számolásánál)

– vektor felbontása egy másik vektorral párhuzamos és arra merőleges komponensekre

**Descartes-koordinátarendszerben**:

**a**⋅**b** = 4+10–18 = –4

abszolút érték: 3,74

→ **a** irányú egységvektor: **ea** = = **i** – **j** + **k**

közbezárt szög: cos  =  = ≈ –0,122 →  ≈ 97°

vetület: pl. **b** vetülete **a** irányára: ba = ·cosα = =

**b**-nek **a**-val párhuzamos vektorkomponense (azaz **b** vetülete **ea**-ra):

**ba** = **b**║ = = ·(1**i** – 2**j** + 3**k**) = – **i** + **j** – **k**

és **b**-nek **a**-ra merőleges komponense pedig **b**⊥ = **b** – **b**║ = **i** – **j** – **k**

(skalárszorzattal belátható, hogy **b**⊥ és **a** tényleg merőlegesek!)

**vektoriális szorzat** (2 vektorhoz egy vektort rendel)

**általánosan**: nagysága ,

iránya merőleges a két vektor által kifeszített síkra, és abba az irányba mutat,   
ahogy jobb kezünk középső ujja mutat, ha a hüvelykujjunk mutat **a** irányába és   
a mutatóujjunk **b** irányába (fizikában: pl. forgatónyomaték-vektor)

párhuzamos két vektor ⇔ a vektoriális szorzatuk zérus

**Descartes-koordinátarendszerben**:

**a**×**b** = …(determináns kifejtésével)… =

= ( aybz – azby ) **i** +( azbx – axbz ) **j** +( axby – aybx ) **k** = 27**i** + 18**j** + 3**k**

[belátható, hogy ez merőleges az **a** és **b** vektorok síkjára, azaz 1**a**+2**b** -re:

(1+42)⋅27+(–21–52)⋅18+(31–62)⋅3=(27–36+9)1+(108–90–18)2 = 0]

**2D polár** – majd…

**FÜGGVÉNYEK**

A függvény független / függő változója skalár / vektor : PÉLDÁK!

S → S: azaz skalártól függő skalár: pl. s(t)

S → V: azaz skalártól függő vektor: pl. helyvektor **r**(t) – térgörbe paraméteres alakban → pálya

V → S: azaz vektortól függő skalár: pl. helyzeti energia Epot(**r**) – szintfelületek

V → V: azaz vektortól függő vektor: pl. áramlási tér **v**(**r**) – vektorvonalak

homogén/inhomogén; stacionárius, statikus