Fizika 1 – Mechanika 1. házi feladat megoldás

Az A test sebességét az alábbi függvény írja le:

$$\mathbf{v}_{\mathrm{A}}(\mathrm{t}) = (5-2t)\ \mathbf{i} + \left(3\pi \sin\left(\frac{\pi}{2}\mathrm{t}\right)\right) \mathbf{j} - \frac{4}{\mathrm{t}+2^2}\mathbf{k}\ \ [\mathrm{m/s}]\ (\text{az időt s-ban mérjük})$$

a) Honnan indul a test a t = 0-ban, ha 2 s alatt az origóba jut?

A B test az $\mathbf{r}_{B0} = 10\ \mathbf{i}$ [m] pontból indul a t = 0-ban, és a sebessége

$$\mathbf{v}_{\mathrm{B}}(\mathrm{t}) = (5-kt)\ \mathbf{i}\ \ [\mathrm{m/s}]$$

b) Találkozik-e a másik testtel az origóban, ha $k = 4\ \mathrm{m/s^2}$?

Ha nem, akkor k milyen értékére találkoznának?

Megoldás:

a)

$$x_A(t) = x_{A0} + \int_0^t v_{Ax}\,dt = x_{A0} + [5t - t^2]_0^t = x_{A0} + 5t - t^2$$

t = 2 s-ban $x_A = 0$:

$$x_A(2) = x_{A0} + 5\cdot 2 - 2^2 = x_{A0} + 6 = 0 \quad \rightarrow \quad x_{A0} = -6\ \ [\mathrm{m}]$$

$$y_A(t) = y_{A0} + \int_0^t v_{Ay}\,dt = y_{A0} + \left[-6\cos\left(\frac{\pi}{2}\mathrm{t}\right)\right]_0^t = y_{A0} - 6\cos\left(\frac{\pi}{2}\mathrm{t}\right) + 6$$

t = 2 s-ban $y_A = 0$:

$$y_A(2) = y_{A0} - 6\cos\left(\frac{\pi}{2}\cdot 2\right) + 6 = y_{A0} + 6 + 6 = 0 \quad \rightarrow \quad y_{A0} = -12\ \ [\mathrm{m}]$$

$$z_A(t) = z_{A0} + \int_0^t v_{Az}\,dt = z_{A0} + [-4\ln(t+4)]_0^t = z_{A0} - 4\ln(t+4) + 4\cdot\ln 4$$

t = 2 s-ban $z_A = 0$:

$$z_A(2) = z_{A0} - 4\cdot\ln 6 + 4\cdot\ln 4 \approx z_{A0} - 1{,}622 = 0 \quad \rightarrow \quad z_{A0} = 1{,}622\ \ [\mathrm{m}]$$

illetve ha valaki $v_{Az} = -\frac{4}{(\mathrm{t}+2)^2}$ függvénnyel számolt:

$$z_A(t) = z_{A0} + \int_0^t v_{Az}\,dt = z_{A0} + \left[\frac{4}{t+2}\right]_0^t = z_{A0} + \frac{4}{t+2} - 2$$

t = 2 s-ban $z_A = 0$:

$$z_A(2) = z_{A0} + \frac{4}{2+2} - 2 = z_{A0} - 1 = 0 \quad \rightarrow \quad z_{A0} = 1\ \ [\mathrm{m}]$$

tehát az $\mathbf{r}_{A0} = -6\ \mathbf{i} - 12\ \mathbf{j} + 1{,}622\ \mathbf{k}$ [m] pontból indult az A test (ill. az $\mathbf{r}_{A0} = \ldots + 1\ \mathbf{k}$ [m] pontból).

b)

$$x_B(t) = x_{B0} + \int_0^t v_{Bx}\,dt = 10 + 5t - \frac{k}{2}t^2$$

k = 4 esetén $x_B(t) = 10 + 5t - 2t^2$,

t = 2 s-ban $x_B(2) = 10 + 5\cdot 2 - 2\cdot 2^2 = 12$ [m], tehát nem találkoznak.

Azt a k értéket keressük, amivel t = 2 esetén $x_B = 0$:

$$x_B(2) = 10 + 5\cdot 2 - \frac{k}{2}\cdot 2^2 = 20 - 2k = 0 \quad \rightarrow \quad k = 10\ [\mathrm{m/s^2}]$$