**Fizika 1 – Mechanika 6. házi feladat megoldása**

Egy 74 cm magas, 30°-os hajlásszögű lejtő aljához rögzítettünk egy 28 cm hosszú rugót, és annak a tetejére tettünk egy 5 dkg tömegű testet. A rugó ennek hatására az egyensúlyi helyzetében 4 cm-t nyomódik össze.

A lejtő tetejéről elengedtünk egy 8 g-os testet (kezdősebesség nélkül), ami a rugón levő testtel tökéletesen rugalmasan ütközve visszapattant a lejtőn.

**a)** Milyen magasra pattant vissza, ha a test és a lejtő közötti súrlódási együttható 0,16?

**b)** Mekkora volt a rugó maximális összenyomódása, ha a másik test esetén a súrlódás elhanyagolható?

**Megoldás:**

M = 0,05 kg; m = 0,008 kg. g = 10 m/s2

Összenyomódás után a rugó 24 cm hosszú, az 5 dkg-os test 0,24⋅sin30° = 0,12 m magasan van; a 8 g-os test h = 0,74 – 0,12 = 0,62 m-rel magasabbról indul.

A rugóállandó:

k⋅xes = mg⋅sin30° → k = Mg⋅sin30°/ xes = 0,05\*10\*0,5/0,04 = 6,25 N/m

**a)**

A 8 g-os test sebessége az ütközés előtt munkatétellel számolva:

 mgh – μmg⋅cos30°⋅(h/sin30°) = ½ mu2 → u = √(2gh(1–2μ⋅cos30°)) = 2,994 m/s

 ( ale = 3,614 m/s2, t1 = 0,8283 s )

A rugalmas ütközés utáni sebességek:

 impulzus-megmaradás: mu = mv + MV

 energia-megmaradás: ½mu2 = ½mv2 + ½MV2

 → v = u⋅(m–M)/(m+M) = –2,168 m/s a 8 g-os testé,

 V = u⋅2m/(m+M) = 0,8259 m/s az 5 dkg-os testé.

A 8 g-os test által felfelé megtett s út munkatétellel számolva:

 – mg⋅(s⋅sin30°) – μmg⋅cos30°⋅s = – ½ mv2 → s = v2/g/(1+2μ⋅cos30°) = 0,3680 m

 ( afel = –6,386 m/s, t2 = 0,3395 s )

Tehát a 8 g-os test csak 0,3680 m-t csúszik felfelé, azaz 0,3680⋅sin30° = 0,1840 m = 18,4 cm-rel jut feljebb az összenyomódott rugó végéhez képest, azaz
a lejtő aljától 12+18,4 = 30,4 cm-re jut fel, ill. a lejtő tetejétől 74–30,4 = 43,6 cm-re.

A test tehát a lejtő tetejéhez képest Δh = 43,6 cm-t veszít a magasságából,

vagyis a mechanikai energiája ΔEmech = mg⋅Δh = 0,03488 J-lal csökkent a súrlódás és az ütközés során a másik testnek átadott energia miatt.

Ebből a súrlódási erő által végzett munka Ws = μmg⋅cos30°⋅(h/sin30°+s) = 0,01783 J,

és a másik testnek átadott mozgási energia Ekin,M = ½MV2 = 0,01705 J.

**b)** Energia-megmaradással számolhatunk.

Például vegyük fel a helyzeti energia zérus szintjét az egyensúlyi állapotnál, és jelöljük d-vel az elmozdulást ettől a helyzettől a maximális összenyomódásig. Így induláskor a rugó összenyomódása xes, a maximális összenyomódása xes+d; a test magasságának csökkenése pedig d⋅sin30°:

½kxes2 + ½MV2 = ½k(xes+d)2 – Mg⋅(d⋅sin30°)

½kxes2 + ½MV2 = ½kxes2 + kxesd + ½kd2 – Mg⋅(d⋅sin30°)

½kd2 + (kxes– Mg⋅sin30°)⋅d – ½MV2 = 0

Vegyük észre, hogy a zárójelben levő mennyiség zérus! Így

 d = √(MV2/k) = 0,07387 m = 7,4 cm,

a rugó maximális összenyomódása 4 + 7,4 = 11,4 cm.