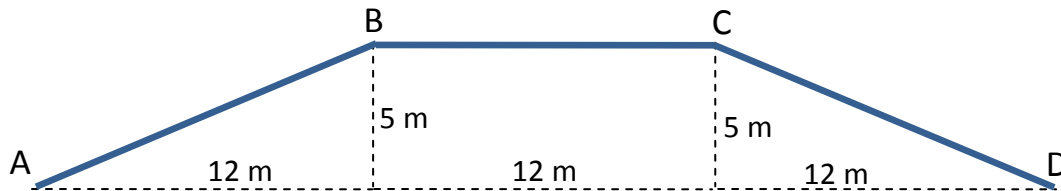


- a) Mekkora az a minimális kezdősebesség, amivel az A pontból indulva egy 2 kg tömegű test eljut a D pontba az ABCD pályán, ha a csúszási súrlódási együttható mindenhol 0,19, a tapadási súrlódási együttható pedig 0,27?
- b) Mekkora sebességgel érkezik meg a D pontba? (ha az A-ból a minimális sebességgel indul)
- c) Megegyezik-e az az idő, ami alatt az AB ill. a CD szakaszt megteszi a test?



Megoldás:

Mindhárom szakaszon a testre ható nehézségi erő + a felület által kifejtett nyomóerő + a súrlódási erő eredője a felülettel párhuzamos, a nagysága

$$F_e = -mg \cdot \sin\alpha - F_s = -mg \cdot \sin\alpha - \mu \cdot mg \cdot \cos\alpha \rightarrow a = -g \cdot \sin\alpha - \mu \cdot g \cdot \cos\alpha$$

szakasz	α (a vízszintessel bezárt szög)	$-g \cdot \sin\alpha$	$-\mu \cdot g \cdot \cos\alpha$	a (m/s ²)
AB	$\arctan(5/12) = 22,62^\circ$	-3,846	-1,754	$a_{AB} = -5,600$
BC	0°	0	-1,900	$a_{BC} = -1,900$
CD	$\arctan(-5/12) = -22,62^\circ$	+3,846	-1,754	$a_{CD} = +2,092$

(az előjelek felírásakor az A-tól D felé mutató irányt vettük pozitívnak, mivel a test arra mozog)

- a) Mivel a CD szakaszon a test gyorsulása pozitív, ezért ha a test eljut a C pontig, akkor onnan már gyorsulva eljut a D pontba. A kérdés tehát az, hogy legalább mekkora kezdősebesség kell ahhoz, hogy a C pontba legalább zérus sebességgel érkezen meg.

Jelölje a sebességeket az A, B, C ill. D pontokban v_A, v_B, v_C ill. v_D .

A BC szakaszon

$$v_{BC} = v_B + a_{BC} \cdot t = v_B - 1,900 t \text{ és } x_{BC} = v_B \cdot t + \frac{1}{2} a_{BC} \cdot t^2 = v_B \cdot t - 0,950 t^2$$

t_{BC} az az idő, ami alatt a test $x_{BC} = 12$ m-t tesz meg úgy, hogy $v_{BC}(t_{BC}) = v_C = 0$ lesz:

$$v_B - 1,900 t_{BC} = 0 \text{ és } v_B \cdot t_{BC} - 0,950 t_{BC}^2 = 12,$$

$$\text{ezekből } t_{BC} = v_B / 1,900 \text{ és } v_B^2 / (2 \cdot 1,900) = 12 \rightarrow v_B \approx 6,753 \text{ m/s,}$$

legalább ekkora sebességgel kell a testnek a B pontba megérkeznie.

A BC szakaszhoz hasonlóan az AB szakaszon

$$v_{AB} = v_A + a_{AB} \cdot t = v_A - 5,600 t \text{ és } x_{AB} = v_A \cdot t + \frac{1}{2} a_{AB} \cdot t^2 = v_A \cdot t - 2,800 t^2$$

t_{AB} az az idő, ami alatt a test $x_{AB} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ m-t tesz meg

úgy, hogy $v_{AB}(t_{AB}) = v_B = 6,753$ m/s lesz:

$$v_A - 5,600 t_{AB} = 6,753 \text{ és } v_A \cdot t_{AB} - 2,800 t_{AB}^2 = 13,$$

$$\text{ezekből } v_A = 6,753 + 5,600 t_{AB} \text{ és } 6,753 t_{AB} + 2,800 t_{AB}^2 = 13 \rightarrow t_{AB} \approx 1,263 \text{ s}$$

$\rightarrow v_A \approx 13,83$ m/s, legalább ekkora sebességgel kell a testnek az A pontból indulnia.

b) A BC szakaszhoz hasonlóan $v_D^2 = 2 \cdot a_{CD} \cdot s = 2 \cdot 2,092 \cdot 13 \rightarrow v_D \approx 7,376$ m/s

c) Az AB szakaszt tehát a test $t_{AB} = 1,263$ s alatt teszi meg.

A CD szakaszon, hasonlóan az AB szakaszhoz ($v_C = 0$ esetén):

$$x_{CD} = v_C \cdot t + \frac{1}{2} a_{CD} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,092 t^2$$

t_{CD} idő alatt ér a test a D pontba (most is $x_{CD} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ m-t tesz meg):

$$\frac{1}{2} \cdot 2,092 t_{CD}^2 = 13 \rightarrow t_{CD} \approx 3,525 \text{ s, tehát ezt a szakaszt hosszabb idő alatt teszi meg.}$$