

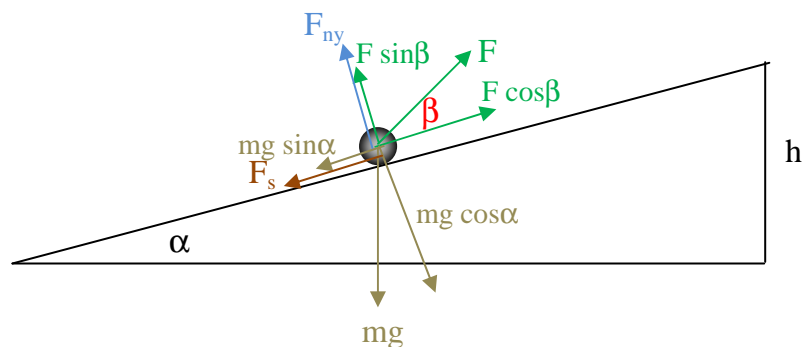
$\alpha = 30^\circ$ hajlásszögű, $h = 3$ m magas lejtő aljából egy 1,6 kg tömegű testet akarunk felhúzni a lejtő tetejére $F = 22$ N nagyságú erővel.

A test és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható 0,13. $g = 10$ m/s²-tel számoljunk.

a) Mekkora β szöget zárjon be az F erő iránya a lejtő síkjával, ha a lehető legrövidebb idő alatt szeretnénk felhúzni a testet?

b) Mennyi idő alatt ér fel a test a lejtő tetejére, és mekkora lesz ott a sebessége $\beta = 48^\circ$ esetén?

Megoldás



$$ma = F + mg + F_{ny} + F_s$$

lejtőre merőleges: $0 = F \sin\beta - mg \cos\alpha + F_{ny} \rightarrow F_{ny} = mg \cos\alpha - F \sin\beta$

lejtővel párhuzamos: $ma = F \cos\beta - mg \sin\alpha - F_s$

$$F_s = \mu F_{ny} = \mu (mg \cos\alpha - F \sin\beta),$$

$$\text{tehát } ma = F \cos\beta - mg \sin\alpha - \mu (mg \cos\alpha - F \sin\beta) = \\ = F (\cos\beta + \mu \sin\beta) - mg (\sin\alpha + \mu \cos\alpha)$$

a)

$$s = h/\sin\alpha = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \text{legrövidebb idő a legnagyobb gyorsulás esetén lesz}$$

$$a = (F/m) \cdot (\cos\beta + \mu \sin\beta) - g (\sin\alpha + \mu \cos\alpha) \rightarrow \text{max.}$$

$$\frac{\partial a}{\partial \beta} = \frac{F}{m} (-\sin\beta + \mu \cos\beta) = 0 \rightarrow \text{tg } \beta = \mu, \beta = 7,407^\circ$$

$$\left(\frac{\partial^2 a}{\partial \beta^2} = \frac{F}{m} (-\cos\beta - \mu \sin\beta) < 0 \text{ teljesül.}\right)$$

b)

$\beta = 48^\circ$ -ot behelyettesítve a gyorsulásba $a = 4,403$ m/s² jön ki, ebből kiszámolhatnánk az időt és a sebességet.

De helyettesítsük be a $\beta = 48^\circ$ -ot a nyomóerőbe:

$$F_{ny} = mg \cos 30^\circ - F \sin 48^\circ = -2,493 \text{ N, negatív lenne, ami lehetetlen. Ennél a szögnél az } F \text{ erő felemeli a testet a lejtőről, a test nem a lejtőn mozog.}$$

A test csak addig mozog a lejtőn, amíg $F_{ny} \geq 0$,

$$\text{vagyis } \sin\beta \leq mg \cos\alpha / F = 0,6298, \text{ azaz } \beta \leq 39,04^\circ.$$

Ezután a test gyorsulását nem a fenti képlet írja le, mivel nincs felület által kifejtett nyomóerő és nincs súrlódási erő.

$$ma = F + mg \rightarrow a = F/m + g$$

(Ha az F erő iránya a levegőben nem változik, akkor a test inentől parabola pályán mozog.)