

Az új stadionba a kerékpárosoknak olyan kör alakú versenypályáját terveznek, amelynek metszete a következő függvényvel adható meg:

$$z = a \cdot \left(e^{\frac{x}{b}} - 1 \right) \text{ [m]}, \text{ ahol } a = 5 \text{ m, } b = 18 \text{ m.}$$

Végezzünk el néhány számítást, hogy lássuk, hogyan lehet majd előzni a pályán.

A biztonságos előzéshez 40 cm távolságot kell tartani, egy-egy kerékpáros 60-60 cm széles. A súrlódást elhanyagoljuk. A biciklisták az aktuális sugárnak megfelelő sebességgel hajtanak. Ha az egyik biciklista 18 m sugarú körön halad benne, hogyan tudja egy másik megelőzni őt:

- a) Kisebb vagy nagyobb sugarú körön tud a biciklista előzni?
- b) Mennyivel gyorsabban kell mennie a 18 m sugarú körön levőnél, ha minimális távolságot tart az előzésnél?

Megoldás

a) Az előzéshez a szögsebességnek kell nagyobbnak lenni.

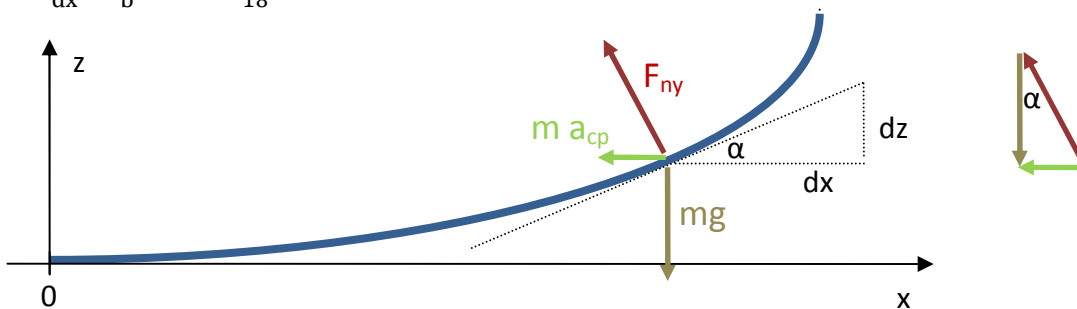
Ha a megelőzendő biciklista kereke 18 m sugarú körön megy, akkor az előzésbe kezdő biciklista kereke 1 m-rel beljebb vagy kijebb, azaz 17 m-es vagy 19 m-es sugáron.

A körpálya sugara éppen az x koordináta, az $x_1 = 17$ m-hez ill. $x_2 = 19$ m-hez tartozó szögsebességet kell összehasonlítani az $x_0 = 18$ m-hez tartozóval.

A nyomóerő merőleges a pálya érintőjére.

A pálya érintőjét a $z(x)$ függvény deriválásával kapjuk meg:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{a}{b} \cdot e^{\frac{x}{b}} = \frac{5}{18} \cdot e^{\frac{x}{18}}$$



$$\text{tg}\alpha = dz/dx = (a/b) \cdot e^{(x/b)}, \text{ ill.}$$

$$\text{tg}\alpha = m a_{cp} / mg, \text{ ahol } a_{cp} = r \cdot \omega^2 = x \cdot \omega^2, \text{ tehát } m a_{cp} = m \cdot x \cdot \omega^2 = mg \cdot \text{tg}\alpha \rightarrow$$

$$m \cdot x \cdot \omega^2 = (a/b) \cdot e^{(x/b)} \cdot mg \rightarrow \omega^2 = (g/x) \cdot (a/b) \cdot e^{(x/b)},$$

$$\text{behelyettesítve } \omega^2 = (10/x) \cdot (5/18) \cdot e^{(x/18)}$$

x [m]	ω [s ⁻¹]
17	0,6482
18	0,6477
19	0,6482

Ez azt jelenti, hogy a 17 m és a 19 m sugarú körön is tud előzni.

b) $v = r \cdot \omega = x \cdot \omega$

x [m]	v [m/s]	v [km/h]
17	11,02	39,67
18	11,66	41,97
19	12,32	44,33

Kívül (a 19 m-es sugarú körön) gyorsabban kell mennie, de belül (a 17 m-es sugarú körön) kisebb sebességgel tud előzni!