

a) Mekkora maximális sebességgel tudja bevenni a kanyart az Indy 500-on egy versenyautó? A légellenállást elhanyagoljuk, de figyelembe vesszük az aerodinamikai leszorító erőt.

Az ideális ív sugara 300 m;

a pálya 9,2 fokban meg van döntve;

az autó tömege a versenyzővel együtt 800 kg;

a tapadási súrlódási együttható 1,1;

a leszorító erő a pályára merőlegesen nyomja lefelé az autót,

nagysága a sebesség négyzetével arányos: $F_{le} = c \cdot v^2$, ahol $c = 0,95 \text{ kg/m}$.

b) A maximális sebességgel kanyarodva mekkora súlyúnak érzi magát a 75 kg-os versenyző?

Megoldás:

$$m\mathbf{a} = m\mathbf{g} + \mathbf{F}_{ny} + \mathbf{F}_{le} + \mathbf{F}_t \quad (\text{az } \mathbf{F}_t \text{ tapadási súrlódási erő a pálya síkjában lefelé hat)}$$

Függőleges komponensek (felfelé pozitív):

$$ma_z = -mg + F_{ny} \cos\alpha - F_{le} \cos\alpha - F_t \sin\alpha = 0 \quad (1)$$

Sugár irányú komponensek (befelé pozitív):

$$ma_r = F_{ny} \sin\alpha - F_{le} \sin\alpha + F_t \cos\alpha = ma_{cp} = mv^2/r \quad (2)$$

Fejezzük ki (1)-ből F_{ny} -t: $F_{ny} = F_{le} + F_t \operatorname{tg}\alpha + mg/\cos\alpha$, és írjuk be (2)-be.

Beszorzás, összevonás után marad

$$F_t/\cos\alpha + mg \operatorname{tg}\alpha = mv^2/r, \text{ amiből } F_t = mv^2/r \cdot \cos\alpha - mg \sin\alpha.$$

A tapadási súrlódási erő nagysága $F_t \leq \mu_t F_{ny} = \mu_t F_{le} + \mu_t F_t \operatorname{tg}\alpha + \mu_t mg/\cos\alpha$, amiből

$$F_t \leq (\mu_t F_{le} + \mu_t mg/\cos\alpha) / (1 - \mu_t \operatorname{tg}\alpha).$$

Az F_t -re kapott kifejezéseket összevetve és beírva, hogy a leszorító erő nagysága $F_{le} = c v^2$:

$$mv^2/r \cdot \cos\alpha - mg \sin\alpha \leq (\mu_t c v^2 + \mu_t mg/\cos\alpha) / (1 - \mu_t \operatorname{tg}\alpha),$$

ebből

$$v^2 \leq (\sin\alpha + \mu_t \cos\alpha) g \cdot r / (\cos\alpha - \mu_t \sin\alpha - \mu_t r c / m)$$

[Látható, hogy nincs tetszőleges α -ra ill. μ_t -re megoldás.]

Maximális sebességnél $F_t = \mu_t F_{ny}$, azaz $v^2 = \dots$,

behelyettesítéssel $v \approx 94,40 \text{ m/s} = 339,8 \text{ km/h}$.

b) A versenyző gyorsulása a $v^2/r \approx 94,40^2/300 = 29,70 \text{ m/s}^2$ nagyságú centripetális gyorsulás és 'g' eredője, tehát a $\approx 31,34 \text{ m/s}^2$, és $F = ma \approx 75 \cdot 31,34 = 2351 \text{ N}$.