Fizika 1 – Mechanika 6. házi feladat megoldás

Hosszú függőleges csőben rugó van elhelyezve, amelynek a cső falával való súrlódása elhanyagolható. A rugóállandó 5 N/m.
A rugó tetejétől számított 25 cm magasságból ráejtünk egy 8 g tömegű golyót, ami a rugó végéhez tapad.
a) Mennyi lesz a golyó maximális sebessége?
b) Mennyi lesz a rugó maximális összenyomódása?

Megoldás:

Mivel a súrlódás elhanyagolható, ezért a test + rugó rendszer össz-energiája állandó.
b) Hasonlítsuk össze
– az indulási állapotot, amikor a test H magasságból indul (zérus sebességgel), és
– a rugó legjobban összenyomódott állapotát (ahol a sebesség ismét zérus).
Legyen pl. a nehézségi erőtér potenciális energiájának zérus szintje a rugó tetejénél (azaz amikor a rugó nincs összenyomva):

$$mg\,H = mg\,(-\Delta l_{max}) + \tfrac{1}{2}\,k\,\Delta l_{max}^2\,,$$

amiből

$$\Delta l_{max} = \frac{mg}{k}\left(1+\sqrt{1+\frac{2kH}{mg}}\right).$$

Behelyettesítve $\Delta l_{max} \approx 0{,}1069$ m = 10,69 cm.

a) A lefelé tartó test a rugón úgy viselkedik, mint egy harmonikus rezgőmozgást végző test, aminek az egyensúlyi helyzete a rugó egyensúlyi összenyomódása

$\Delta l_{es} = mg / k = 0{,}016$ m = 1,6 cm lenne,

ez az a helyzet, ahol a legnagyobb a test sebessége.

Ebből kiindulva kétféleképpen is kiszámolhatjuk a maximális sebességet:
1. Energia-megmaradást felírva:

$$mg\,H = mg\,(-\Delta l_{es}) + \tfrac{1}{2}\,k\,\Delta l_{es}^2 + \tfrac{1}{2}\,m\,v_{max}^2\,,$$

amiből

$$v_{max}^2 = 2g\,(H + \Delta l_{es}) - (k/m)\,\Delta l_{es}^2 = \ldots = g\,(2H + \Delta l_{es}) \quad\rightarrow\quad v_{max} \approx 2{,}272 \text{ m/s}\,.$$

2. $v_{max} = A\cdot\omega$

Az amplitúdó $A = \Delta l_{max} - \Delta l_{es} = 0{,}0909$ m = 9,09 cm ; $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 25\text{ s}^{-1}$ $\rightarrow$ $v_{max} \approx 2{,}272$ m/s .