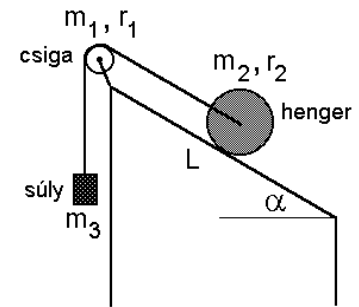


Fizika 1 – Mechanika 8. házi feladat

Egy r_2 sugarú, m_2 tömegű henger tengelyéhez egy kötelet kötöttünk, a kötelet átvettük a lejtő tetejéhez rögzített r_1 sugarú, m_1 tömegű csigán, a kötélmásik végére egy m_3 tömegű súlyt kötöttünk. A hengert az L hosszú, α hajlásszögű lejtő közepére tettük (a kötélpárhuzamos a lejtővel) és az összekötött rendszert elengedtük.



A kötélnem csúszik meg a csigán, a csiga súrlódásmentes, a henger tisztán gördül a lejtőn.

$m_1 = 5 \text{ kg}$, $r_1 = 10 \text{ cm}$, $m_2 = 25 \text{ kg}$, $r_2 = 50 \text{ cm}$, $m_3 = 10 \text{ kg}$, $L = 20 \text{ m}$, $\alpha = 30^\circ$

- a) Vegyük a rendszer potenciális energiáját a kezdeti helyzetben zérusnak. Mennyi lenne a potenciális energia, ha a henger a lejtő alsó, ill. felső végénél állna?
- b) Milyen irányban mozog a henger a lejtőn középről indulva? (Meg tudjuk válaszolni a gyorsulás kiszámolása nélkül?)
- c) Mekkora sebességgel mozog a súly, amikor a henger a lejtő végéhez ér?

Megoldás:

a/ Ha a henger a lejtő közepéről a lejtő tetejére mozdul el, akkor $h_2 = L/2 \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ m}$ -t emelkedik, miközben a súly $h_3 = L/2 = 10 \text{ m}$ -t süllyed, tehát $E_{\text{mech, fent}} = m_2 h_2 g - m_3 h_3 g = 25 \cdot 5 \cdot 10 - 10 \cdot 10 \cdot 10 = 250 \text{ J}$; a lejtő aljára mozdulva pedig $E_{\text{mech, lent}} = -250 \text{ J}$.

b/ Olyan irányba fog elmozdulni, hogy a rendszer összes mechanikai energiája csökkenjen, azaz a henger a lejtőn lefelé mozog.

c/ A sebesség kiszámolható abból, hogy a helyzeti energia változása egyenlő a mozgási energiák változásával. A henger és a súly sebessége megegyezik (mivel a kötéllal össze vannak kötve), ezen felül a henger és a csiga forog is, a szögsebességük $\omega = v/r$, a tehetetlenségi nyomatékuk $\Theta = \frac{1}{2} m r^2$, tehát: a súlyra $E_{\text{kin,s}} = \frac{1}{2} m_3 v^2 = 5v^2$, a csigára $E_{\text{kin,cs}} = \frac{1}{2} \Theta_1 \omega_1^2 = \frac{1}{2} (\frac{1}{2} m_1 r_1^2) (v/r_1)^2 = \frac{1}{4} m_1 v^2 = 1,25v^2$, a hengerre $E_{\text{kin,h}} = \frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{1}{2} \Theta_2 \omega_2^2 = \frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{1}{2} (\frac{1}{2} m_2 r_2^2) (v/r_2)^2 = \frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{1}{4} m_2 v^2 = \frac{3}{4} m_2 v^2 = 18,75v^2$. Az energia-megmaradás: $0 = -m_2 h_2 g + m_3 h_3 g + \frac{1}{2} m_3 v^2 + \frac{1}{2} \Theta_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{1}{2} \Theta_2 \omega_2^2 = -250 + 25v^2 \rightarrow v = \sqrt{10} \approx 3,16 \text{ m/s}$.

Persze megoldható a feladat úgy is, hogy felírjuk a mozgásegyenleteket:

$$m_2 a = m_2 g \sin 30^\circ - K_1$$

$$\Theta_2 \beta_2 = (\frac{1}{2} m_2 r_2^2) (a/r_2) = F_t \cdot r_2$$

$$\Theta_1 \beta_1 = (\frac{1}{2} m_1 r_1^2) (a/r_1) = (K_1 - K_2) \cdot r_1$$

$$m_3 a = K_2 - m_3 g$$

Ezekből $a \approx 0,5 \text{ m/s}^2$. Ekkora gyorsulással $s = L/2$ úton $v = \sqrt{2as} = \sqrt{aL} = \sqrt{10} \text{ m/s}$ -re gyorsul.