Fizika 1 Mechanika számolási gyakorlat pótpót zh1 és zh2 2013. máj. 24.

Az első zárthelyi pótlásához az 1.–3. feladatokat kell 60 perc alatt,
a második zárthelyi pótlásához a 4.–6. feladatokat kell 60 perc alatt,
mindkét zárthelyi pótlásához az összes feladatot kell 90 perc alatt megoldani.

Minden feladatban $g = 10\ m/s^2$

zh1 pótpót

1. Van egy 8 m magas, 20° hajlásszögű lejtőnk és egy 0,9 kg tömegű testünk. A test és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható 0,12.

a) Mennyi idő alatt ér a test a lejtő tetejéről az aljára, ha kezdősebesség nélkül indul a lejtő tetejéről? (3 p.)

b) Mennyi idő alatt ér a test a lejtő aljáról a tetejére, ha 15,2 m/s kezdősebességgel indul a lejtő aljáról? (5 p.)

MO.

a) $ma = mg\cdot\sin\alpha - \mu mg\cdot\cos\alpha \rightarrow a \approx 2{,}293\ m/s^2$

$s = H/\sin\alpha \approx 23{,}39$ m; $s = ½ at^2 \rightarrow t = \sqrt{2s/a} \approx$ **4,52 s**

b) $ma = -mg\cdot\sin\alpha - \mu mg\cdot\cos\alpha \rightarrow a \approx -4{,}548\ m/s^2$

$s = v_0t + ½ at^2 = 15{,}2t - (4{,}548/2)\,t^2 = 23{,}39 \rightarrow t \approx$ **2,40 s**

2. Fel szeretnénk dobni egy 40 dkg tömegű követ egy tőlünk 19 m-re lévő torony tetejére. Több próbálkozás után rájöttünk, hogy ehhez a követ a vízszinteshez képest 68°-os szöggel felfelé, 20 m/s sebességgel kell eldobni.

a) Milyen magas a torony? (2 p.)

b) Mennyi idő alatt ér fel a kő a torony tetejére? (1 p.)

c) Mekkora sebességgel érkezik meg a kő a torony tetejére? (2 p.)

d) Mikor és hol van a kő legmagasabban? (3 p.)

e) Mekkora erő hat a kőre 10 m magasan? (1 p.)

MO.

b) $(v_0\cdot\cos\alpha)\cdot t = (20\cdot\cos68°)\cdot t = 19 \rightarrow t_t \approx$ **2,536 s**

a) $h = (v_0\cdot\sin\alpha)\cdot t_t - ½ g t_t^2 \approx$ **14,87 m**

c) $v_x = v_0\cdot\cos\alpha \approx 7{,}492$ m/s , $v_z = v_0\cdot\sin\alpha - g\cdot t_t \approx -6{,}816$ m/s , $v \approx$ **10,13 m/s**

d) ahol $v_z = 0$: $v_0\cdot\sin\alpha - g\cdot t_h = 0 \rightarrow t_h \approx$ **1,854 s**

$h_{max} = z(t_h) = (v_0\cdot\sin\alpha)\cdot t_h - ½ g t_h^2 \approx$ **17,19 m** ; $x(t_h) = (v_0\cdot\cos\alpha)\cdot t_h \approx$ **13,89 m**

e) hajításnál $F = mg = 0{,}4\cdot10 =$ **4 N** végig, így 10 m magasan is

3. Egy ℓ = 72 cm hosszú kötél végére kötött 30 dkg tömegű követ pörgetünk függőleges síkban. Amikor a kő az alsó helyzetéből felfelé jön és a kötél a függőlegessel 35°-os szöget zár be, az eredő erő éppen vízszintes. Mekkora ebben a pillanatban

a) a kötélerő? (1 p.)

b) a kő gyorsulása? (2 p.)

c) a kő tangenciális gyorsulása? Milyen irányú? (2 p.)

d) a kő centripetális gyorsulása? (2 p.)

e) a kő sebessége? (1 p.)

MO.

a) $F_k = mg/\cos 35° \approx 3{,}66$ N

b) $F_e = ma = mg\cdot tg35° \approx 2{,}10$ N , $a = g\cdot tg35° \approx$ **7,00 m/s²**

c) $a_t = g\cdot \sin 35° \approx$ **5,74 m/s²** , érintő irányú, ferdén lefelé

d) $ma_{cp} = F_k - mg\cdot \cos 35° \approx 1{,}205$ N, $a_{cp} \approx$ **4,016 m/s²**

e) $a_{cp} = v^2 / \ell$ → $v \approx$ **1,70 m/s**

---

zh2 pótpót

4. Egy vízszintes asztalon az asztalhoz rögzítjük egy 12 cm hosszú rugó egyik végét, és a másik végéhez pedig hozzáerősítünk egy 18 dkg tömegű testet, ami az asztalon súrlódásmentesen tud mozogni. A rugó végéhez rögzített testet rezgésbe hoztuk, a kitérését a következő függvény írja le:
$x(t) = 0{,}042 \cos(4t + 5\pi/3)$ [m]

a) Mennyi a rezgés periódusideje? (1 p.)

b) Mekkora a test maximális sebessége? (1 p.)

c) Mekkora a rugóállandó? (1 p.)

d) Honnan indult a test és mekkora, milyen irányú kezdősebességgel a t=0 időben? (2 p.)

e) Mekkora munkát végez a rugó a testen, amíg az a kiindulási helyzetéből a maximális kitéréshez ér? (3 p.)

MO.

a) a függvényből kiolvasva $\omega = 4\ s^{-1}$, $T = 2\pi / \omega = \pi/2 \approx$ **1,57 s**

b) a függvényből kiolvasva A = 0,042 m; $v_{max} = A\omega =$ **0,168 m/s**

c) $\omega = \sqrt{k/m}$ → k = **2,88 N/m**

d) $x(0) = 0{,}042\cdot\cos(5\pi/3) = 0{,}021$ m, azaz A/2-vel megnyúlva indul
$v(t) = -0{,}042\cdot 4\cdot \sin(4t+5\pi/3)$, $v(0) = -0{,}168\cdot\sin(5p/3) = 0{,}084\cdot\sqrt{3} \approx 0{,}145$ m/s, azaz a rugó még jobban megnyúlik, a test távolodik az egyensúlyi helyzetétől

e) $W = -\Delta E_{pot} = -(\tfrac{1}{2} k A^2 - \tfrac{1}{2} k (A/2)^2) =$ **– 1,9 mJ**

5. Egy vékony, 80 cm hosszú, M = 1,1 kg tömegű homogén rúdhoz hozzáerősítettek a végétől 25 cm-re egy 0,1 kg tömegű golyót.

a) Hol van a test tömegközéppontja? (2 p.)

Számoljuk ki a test tehetetlenségi nyomatékát olyan forgástengelyre, ami merőleges a rúdra és

b) a test tömegközéppontján megy át; (3 p.)

c) a rúdnak a golyótól távolabbi végén megy át! (3 p.)

MO.

a) ha x=0 a rúdnak golyótól távolabbi végénél van:

x_s = (0,4·1,1 + (0,8–0,25) ·0,1) / (1,1+0,1) = **0,4125 m**

b) a rúd Θ-ja a felezőpontjára $\Theta_s = 1/12 \cdot ML^2$, de ez 0,0125 m-rel odébb van, mint a test tömegközéppontja, Steiner-tétellel $\Theta_{rúd} = 1/12 \cdot 1{,}1 \cdot 0{,}8^2 + 1{,}1 \cdot 0{,}125^2 \approx 0{,}0588$ kgm², ehhez jön a golyó, ami a tömegközépponttól 0,55–0,4125=0,1375 m-re van, $\Theta_{golyó} = 0{,}1 \cdot 0{,}1375^2 \approx 0{,}0189$ kgm², összesen Θ_{tkp} = **0,0607 kgm²**.

c) Steiner-tétellel az előzőből: $\Theta_{vég} = \Theta_{tkp} + \Sigma m \cdot d^2 = 0{,}0607 + 1{,}2 \cdot 0{,}4125^2 \approx$ **0,2649 kgm²**

vagy $\Theta_{golyó} = 0{,}1 \cdot 0{,}55^2 = 0{,}03025$ kgm² + rúd a vége körül $\Theta_{rúd} = 1/3 \cdot ML^2 = 1/3 \cdot 1{,}1 \cdot 0{,}8^2 = 0{,}2347$ kgm², összesen $\Theta_{vég} \approx 0{,}2649$ kgm²

6. Egy 6 m magas, 17°-os hajlásszögű lejtő tetejéről kezdősebesség nélkül elkezd csúszni egy m_1 = 1,2 kg tömegű test. Ennek a testnek a súrlódása elhanyagolható. A lejtő felénél áll egy másik test, aminek a tömege m_2 = 0,4 kg. Amikor a fenti test odaér, a két test összeragad és úgy csúszik tovább. Az összeragadt test már súrlódva csúszik, μ = 0,08.

a) Mekkora sebességgel ér az összeragadt két test a lejtő aljára? (5 p.)

Vegyük a helyzeti energiát zérusnak a lejtő aljánál.

Mekkora a két test összes mechanikai energiája

b) a felső test elindulásakor? (1 p.)

c) amikor a felső test megérkezik a lejtő közepére? (1 p.)

d) az összeragadt testek indulásakor? (1 p.)

e) amikor az összeragadt testek megérkeznek a lejtő aljára? (1 p.)

MO.

a) Mivel az m_1 tömegű test súrlódás nélkül csúszik h_1 = 6 m magasról h_2 = 3 m magasra, az ütközés előtti sebessége kiszámolásához energia-megmaradást használhatunk:

$m_1gh_1 = m_1gh_2 + ½\, m_1 v^2$ → $v = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \approx$ **7,746 m/s**

Rugalmatlan az ütközés, az ütközés utáni sebességet impulzus-megmaradásból számolhatjuk:

$m_1 \cdot v = 1{,}2 \cdot 7{,}746 = (m_1+m_2) \cdot V_0 = 1{,}6 \cdot V_0$ → $V_0 \approx$ **5,81 m/s**

Az összeragadt test $s = h_2/\sin\alpha = 3/\sin 17° \approx 10{,}26$ m utat tesz még meg a lejtőn, miközben fékeződik. A nehézségi erő munkája $W_g = (m_1+m_2) \cdot g \cdot \sin 17° \cdot (h_2/\sin 17°) = (m_1+m_2) \cdot g \cdot h_2 = 48$ J, súrlódási erő munkája $W_s = -\mu \cdot (m_1+m_2) \cdot g \cdot \cos 17° \cdot (h_2/\sin 17°) \approx -12{,}56$ J , ebből munkatétellel számolható a sebesség:

$W = 48 - 12{,}56 = 35{,}44 = \Delta E_{kin} = ½\,(m_1+m_2) \cdot V_{lent}^2 - ½\,(m_1+m_2) \cdot V_0^2$ → $V_{lent} \approx$ **8,835 m/s**.

Vagy: a gyorsulás $a = g \cdot \sin 17° - \mu \cdot g \cdot \cos 17° \approx 2{,}159$ m/s², $s = V_0 \cdot t + ½at^2$ → $t_l \approx 1{,}40$ s

→ $V = V_0 + at_l = 8{,}835$ m/s

b) $E_{mech,1} = m_1gh_1 + m_2gh_2 = 1{,}2 \cdot 10 \cdot 6 + 0{,}4 \cdot 10 \cdot 3 =$ **84 J**

c) ugyanannyi [$E_{mech,2} = (m_1 + m_2)gh_2 + ½\, m_1v^2 = (1{,}2+0{,}4) \cdot 10 \cdot 3 + ½ \cdot 1{,}2 \cdot 7{,}746^2 =$ **84 J**]

d) $E_{mech,3} = = (m_1+m_2)gh_2 + ½\,(m_1+m_2) \cdot V_0^2 = 1{,}6 \cdot 10 \cdot 3 + ½ \cdot 1{,}6 \cdot 5{,}81^2 =$ **75 J**

e) $E_{mech,4} = ½\,(m_1+m_2) \cdot V_{lent}^2 = ½ \cdot 1{,}6 \cdot 8{,}83^2 \approx$ **62,44 J** [$= E_{mech,3} - |W_s| = 75$ J – 12,56 J]