Fizika 1 Mechanika számolási gyakorlat zh1 2015. márc. 20. megoldások

Az összes feladatban g = 10 m/s^2.

Rigó Jancsi feljegyzései fizika érettségire való készülés közben.

1. Végre jó idő volt ma, kiültem a kertbe tanulni. Nem is tudtam, hogy már felébredtek a méhek! Ott repkedett egy a közelemben. Bemértem a sebességét az apától kapott sebességvektor-mérővel. Először beállítottam, hogy az x tengely dél felé, az y kelet felé, a z felfelé mutasson és pontosan 4 órakor indítottam a mérést. Ezt írta ki a készülék (a távolságot m-ben, az időt s-ban mérve):

$$\mathbf{v} = \left(\mathrm{A} \cdot \sin\left(\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{B}}\right)\right)\mathbf{i} + (\mathrm{C} \cdot \mathrm{t} + \mathrm{D})\mathbf{j} + \left(\mathrm{E} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{F}}}\right)\mathbf{k}$$

ahol A = –0,5 m/s; B = 3 s; C = 0,02 m/s^2; D = –0,5 m/s; E = –0,15 m/s; F = 10 s.

Elég vadul röpköd.

a) Ki kéne számolni, hogy 4 óra 40 s-kor mekkora volt a sebességének nagysága. **1 p.**

b) És azt is, hogy mekkora volt akkor a gyorsulása. (Csak nem volt nagyobb g-nél?!?) **2 p.**

Tartok tőle, hogy nemsoká nekimegy a házunk falának, ami az én választott koordinátarendszeremben az y = 6 m-nél van.

4 órakor a méhecske az x = –0,5 m; y = 0; z = 2,5 m pontból indult.

c) Tényleg nekimegy a falnak? ha igen, mikor? **1,5 p.**

d) Hogy kell felírni a méhecske helyvektorát Rigó Jancsi koordinátarendszerében? (a t=0 4 órakor legyen) **1,5 p.**

MO.

$$\mathbf{v}(\mathrm{t}) = \left(-0{,}5 \cdot \sin\left(\frac{\mathrm{t}}{3}\right)\right)\mathbf{i} + (0{,}02 \cdot \mathrm{t} - 0{,}5)\mathbf{j} + \left(-0{,}15 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{10}}\right)\mathbf{k}$$

a) $\mathbf{v}(40) = \left(-0{,}5 \cdot \sin\left(\frac{40}{3}\right)\right)\mathbf{i} + (0{,}02 \cdot 40 - 0{,}5)\mathbf{j} + \left(-0{,}15 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{40}{10}}\right)\mathbf{k} \approx -0{,}347\mathbf{i} + 0{,}3\mathbf{j} - 0{,}00275\mathbf{k}$

v(40) ≈ 0,46 m/s

b) $\mathbf{a}(\mathrm{t}) = \dot{\mathbf{v}} = \left(-\frac{0{,}5}{3} \cdot \cos\left(\frac{\mathrm{t}}{3}\right)\right)\mathbf{i} + 0{,}02\mathbf{j} + \left(0{,}015 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{10}}\right)\mathbf{k}$

$\mathbf{a}(40) = \left(-\frac{0{,}5}{3} \cdot \cos\left(\frac{40}{3}\right)\right)\mathbf{i} + 0{,}02\mathbf{j} + \left(0{,}015 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{40}{10}}\right)\mathbf{k} \approx -0{,}12\mathbf{i} + 0{,}02\mathbf{j} + 2{,}75 \cdot 10^{-4}\mathbf{k}$,

a(40) ≈ 0,122 m/s^2 (nem nagyobb g-nél)

c) $v_y = 0{,}02t – 0{,}5$ és $y(0) = 0$ → $y(t) = 0{,}01t^2 – 0{,}5t$

$y(t_f) = 6$ m: $0{,}01t_f^2 – 0{,}5t_f = 6$ → $t_f = 60$ s

d) $v_x = –0{,}5 \sin(t/3)$ és $x(0) = –0{,}5$ → $x(t) = 1{,}5 \cos(t/3) – 2$

$v_z = –0{,}15\, e^{–t/10}$ és $z(0) = 2{,}5$ → $z(t) = 1{,}5\, e^{–t/10} + 1$

tehát $\mathbf{r}(\mathrm{t}) = \left(0{,}5 \cdot \cos\left(\frac{\mathrm{t}}{3}\right) - 2\right)\mathbf{i} + (0{,}01\mathrm{t}^2 - 0{,}5\mathrm{t})\mathbf{j} + \left(1{,}5 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{10}} + 1\right)\mathbf{k}$

2. Olyan okosak a varjak! Egy varjú hozott 8 diót uzsonnára, és úgy töri fel őket, hogy ha jön egy kocsi, akkor lerúgja a kereke elé. A mi utcánkban minden kocsi pont 30 km/h-val szokott menni, mert annyival szabad. A varjú 3,8 m magasan ül a fán, és ferdén lefelé rúgja le a diót, úgy, hogy a kezdősebessége 2,2 m/s, a vízszintessel 20°-ot zár be lefelé, és pontosan szembe rúgja az autóval. Számoljuk ki, hogy

a) mennyi idő alatt ér le a dió! **2 p.**

b) mekkora lesz a sebessége az úttestre való érkezéskor és mekkora szöget zár be a sebesség az úttesttel (ami vízszintes)! **2 p.**

c) A varjú akkor látja meg, hogy jön egy kocsi, amikor annak a kereke 40 m-re van még a faág alatti ponttól. Mennyi idővel később kell lerúgnia a diót, ha azt akarja, hogy pontosan akkor essen a kerék alá, amikor az odaér? (nehogy közben egy másik varjú elrabolja!) **2 p.**

MO.

a) $z = 3{,}8 - (2{,}2\cdot\sin20°)\,t - ½\,g\,t^2 = 0 \quad\rightarrow\quad t_1 \approx 0{,}8$ s

b) $v_x = 2{,}2\cdot\cos20° \approx 2{,}07$ m/s; $v_z = -2{,}2\cdot\sin20° - g\cdot t_1 \approx -8{,}75$ m/s; $v \approx 8{,}99$ m/s; $\varphi \approx -76{,}7°$

c) az x tengelyt vegyük fel úgy, hogy a varjú alatti ponttól mutat a kocsi irányába és a varjú alatt van az $x = 0$, és jelölje a dió idejét t, így a kocsi ideje $t+\Delta t$:

a dióra $x_d = (2{,}2\cdot\cos20°)\,t$,

a kocsira $x_k = 40 - \frac{30}{3{,}6}\,(t+\Delta t)$,

$x_d = x_k$, és tudjuk, hogy $t = t_1 = 0{,}8$ s $\quad\rightarrow\quad \Delta t = 3{,}8$ s.

3. Gyuri bácsi kinyitotta a létrát – sajnos kicsit ferde lett: az egyik szára 50°-ot, a másik 58°-ot zár be a földdel (vízszintessel). Nagyon széles fogódzója van a létrának, én azt szoktam használni lejtőnek. Össze is kötöttem egy 2 m hosszú, igazán súlytalan és nyújthatatlan kötéllel két tobozt, a létra fölé repültem, a kötél közepét a létra tetején lévő csigára tettem, a 10 dkg-os tobozt az 58°-os szárra, a 14 dkg-os tobozt az 50°-os szárra tettem, és azt meg is löktem lefelé 1 m/s-os sebességgel. Azt már múltkor kiszámoltam, hogy a tobozok és a létra közötti csúszási súrlódási együttható 0,12. Hogy fognak mozogni a tobozok? gyorsulva vagy lassulva? Mikor és melyik toboz ér fel a létra tetejére? (A létra 4 m hosszú.) **6 p.**

MO.

$m_1 = 0{,}14$ kg, $\alpha = 50°$; $m_2 = 0{,}10$ kg, $\beta = 58°$; $v_0 = 1$ m/s

pozitív iránynak a kezdősebesség irányát vesszük fel; K a kötélerő:

$m_1\,a = m_1\,g\,\sin\alpha - \mu\,m_1\,g\,\cos\alpha - K =$

$m_2\,a = K - m_2\,g\,\sin\beta - \mu\,m_2\,g\,\cos\beta$

$\rightarrow\quad a \approx 0{,}22$ m/s^2

Tehát a kezdősebesség irányában gyorsulnak is a tobozok:

$v = v_0 + at$; $s = v_0\,t + ½\,at^2$.

A kötél felének megfelelő utat, azaz 1 m-t kell megtennie a 10 dkg-os toboznak, hogy felérjen:

$s = 1 = v_0\,t_1 + ½\,at_1^2 = 1\cdot t_1 + 0{,}11t_1^2 \quad\rightarrow\quad t_1 \approx 0{,}9$ s.

4. Jött egy mókus játszani. Most az elfektetett hordó belsejében futkározik úgy, hogy függőleges síkban tesz meg köröket. A hordó átmérője 1,3 m. Állandó sebességgel fut, akkora sebességgel, amivel a legfelső ponton súlytalan. A tömege 30 dkg. Vajon mennyi a mókus súlya

a) a legalsó pontban? **2 p.**

b) amikor felfelé szalad és 30°-nyit tett meg a legalsó ponthoz képest? **2 p.**

c) amikor lefelé szalad és éppen félmagasságban van? **2 p.**

d) Mekkora a mókus sebessége? **1 p.**

MO.

d) Ha a legfelső pontban súlytalan, akkor ott $mg = m\cdot a_{cp} = m\cdot v^2/r \quad\rightarrow\quad v = \sqrt{r\cdot g} \approx 2{,}55$ m/s.

a) A legalsó pontban $m\cdot a_{cp} = F_{ny} - mg \quad\rightarrow\quad F_{ny} = mg + m\cdot a_{cp}$,

és tudjuk, hogy $m\cdot a_{cp} = mg$ most is, mert a sebessége állandó $\rightarrow\quad F_{ny} = 2mg = 6$ N.

b) RAJZ $\rightarrow\quad m\cdot a_{cp} = F_{ny} - mg\cdot\cos30° \quad\rightarrow\quad F_{ny} = mg\cdot\cos30° + m\cdot a_{cp} = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot mg + mg \approx 5{,}6$ N.

c) RAJZ $\rightarrow\quad m\cdot a_{cp} = F_{ny} \quad\rightarrow\quad F_{ny} = 3$ N.