

Az összes feladatban $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Jövő héten meglátogatja városunkat Diktátória elnöke. Az óriási biztonsági intézkedések ellenére Titi, Tita, Tati és Tata megtudták, hogy az Elnök feje pontban déli 12:00:00-kor hol lesz, és elhatározták, hogy a fejébe juttatják a Világbéke Gondolatát (továbbiakban: VBG), mindenki egy-egy 5 dkg-os csomag formájában. Abban a koordináta-rendszerben, amelyet felvettek maguknak (a kedvenc sörcsapjukhoz rögzítve), az Elnök fejének helyvektora

$$\mathbf{r}_E = 28 \mathbf{i} + 333 \mathbf{j} + 1,5 \mathbf{k} \text{ (m)} \text{ lesz abban a pillanatban.}$$

A VBG akkor jut be az Elnök fejébe, ha a fejéhez érkeve legalább $v_{\min} = 15 \text{ m/s}$ a sebessége. Mindenki más módszert talált ki, hogy egy adag VBG-t az Elnök fejéhez juttasson. Számoljuk ki, hogy kinek/kiknek sikerül a terve!

1. Titi beprogramozta a VBG-t, hogy a sebessége

$$\mathbf{v} = B \cdot (1 - \cos(C \cdot t)) \mathbf{i} + (D \cdot t^2 + E) \mathbf{j} + F \cdot e^{-t/H} \mathbf{k} \text{ (m/s) legyen.}$$

$B = 0,27 \text{ m/s}$; $C = 0,3 \text{ s}^{-1}$; $D = 0,06 \text{ m/s}^3$; $E = 1,3 \text{ m/s}$; $F = -2,4 \text{ m/s}$; $H = 120 \text{ s}$.

A $t = 0$ időpont 1 perccel 12 előtt van, amikor a VBG-t elindítja.

- a) Honnan kell elindítania, hogy eltalálja az Elnök fejét? 4 p.
- b) Elég nagy lesz a sebessége az Elnök fejéhez érkeve? 1 p.
- c) Adjuk meg a VBG-re ható erő vektorát az idő függvényében! 2 p.

2. Tita az ablakból dobja el a VBG-t ferdén lefelé, a kezdősebesség a vízszintessel 24° -os szöget zár be. A VBG kiindulási helyvektora $\mathbf{r}_a = 22 \mathbf{i} + 333 \mathbf{j} + 15,5 \mathbf{k} \text{ (m)}$

- a) Mekkora legyen a kezdősebesség nagysága, hogy a VBG pont eltalálja az Elnök fejét? 3 p.
- b) Mikor kell elhajítania Titának a VBG-t? 1 p.
- c) Elég nagy lesz a sebessége az Elnök fejéhez érkeve? 2 p.

3. Tati egy hosszú, észrevehetetlen lejtőt készít, ami ott ér véget, ahol az Elnök feje lesz. A lejtő a vízszintessel 24° -os szöget zár be. A VBG és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható $0,24$. Tati azt szeretné, hogy a VBG éppen v_{\min} sebességgel érkezzon az Elnök fejéhez.

- a) Mikor kell elengednie Tatinak a lejtőn a VBG-t, és milyen távolságra a lejtő végétől? 4 p.
- b) Tati nem tudott róla, de a VBG-t nyomasztotta a feladat, és ezért a mozgása úgy módosult, mintha egy állandó $0,5 \text{ N}$ nagyságú erő is hatott volna rá függőlegesen lefelé a csúszás során. Hogyan változott emiatt a gyorsulása? (azaz mekkora lett így a gyorsulása?) 2 p.

4. Tata egy kúpingát készít: a kötélfelső pontját az ablakhoz rögzíti, oda, ahonnan Tita eldobja a VBG-jét (azaz az $\mathbf{r}_a = 22 \mathbf{i} + 333 \mathbf{j} + 15,5 \mathbf{k} \text{ (m)}$ pontba), a kötélfelső végéhez köti a saját VBG-jét, és a kötelet a megfelelő szögben kifeszítve elhelyezkedik az épület aljánál.

- a) Milyen hosszú kötéltre lesz szüksége, hogy eltalálja az Elnök fejét? 1 p.
- Tata a VBG-t úgy indítja el, hogy éppen egy negyed kört kell megtennie a VBG-nek az Elnök fejéig.
- b) Mikor kell elindítania a VBG-t? 2 p.
- c) Mekkora sebességgel kell elindítania a VBG-t? 1,5 p.
- d) Mekkora sebességgel érkezik a VBG az Elnök fejéhez? 0,5 p.
- e) Legalább milyen erőt kell kibírnia a kötélnak, hogy ne szakadjon el? 1 p.