

## Fizika 1 – Mechanika zh1 2019. márc. 12. megoldás

A Barbacsalád a tudomány szolgálatában!



<https://www.barbapapa.com/barbabeau-en/>

1. Mint tudjuk, Barbapapa nagyon segítőkész. Gondolta, hogy mivel neki semmi sem lehetetlen, utána jár annak, tényleg lapos-e a Föld. Hüp-hüp-hüp, Barbatrúkk: repülővé alakult és elindult Lolitával (a kutyával) a Föld szélét megkeresni, és közben regisztrálta, hogy ő milyen erőt fejtett ki, hogy kiderítse, tapasztalható-e valamilyen anomália a nehézségi erőben, ami arra utal, hogy a Föld mégse gömb alakú.



Barbapapa sebességét a következő függvény írta le:

$$\mathbf{v}(t) = (20 - 40 \sin(t/80)) \mathbf{i} + 10^4/(t+5)^3 \mathbf{j} + (0,05t - 4,2 \cdot 10^{-5} t^2) \mathbf{k} \text{ [m/s]}, \text{ ahol a } t \text{ idő s-ban értendő.}$$

Barbapapa 150 kg-os, és repülés közben az alábbi függvénnyel leírható erőt fejtette ki:

$$\mathbf{F}_{\text{Barbapapa}} = (1492,5 - 0,0126 t) \mathbf{k} \text{ [N]}$$

Barbapapára repülés közben a szél is hatott  $\mathbf{F}_{\text{szél}} = -75 \cos(0,0125t) \mathbf{i} - 4,5 \cdot 10^6/(t+5)^4 \mathbf{j}$  [N] erővel.

a) Mekkora volt Barbapapa gyorsulása?

1,5 p.

b) Mekkora erőt fejtett ki Barbapapára a Föld?

2 p.

c) Számoljuk ki skalárszorzattal, hogy mekkora szöveget zárt be Barbapapa gyorsulásvektora a sebességvektorával  $t = 0$  s-ban!

2 p.

d) Hol volt Barbapapa negyed óra múlva, ha  $t = 0$  s-ban az origóból indult?

3,5 p.

MO.

a)  $\mathbf{a}(t) = -0,5 \cos(t/80) \mathbf{i} - 3 \cdot 10^4/(t+5)^4 \mathbf{j} + (0,05 - 8,4 \cdot 10^{-5} t) \mathbf{k}$  [m/s<sup>2</sup>]

b)  $\mathbf{m}\mathbf{a} = -75 \cos(t/80) \mathbf{i} - 4,5 \cdot 10^6/(t+5)^4 \mathbf{j} + (7,5 - 0,0126 t) \mathbf{k}$  [N]

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{szél}} + \mathbf{F}_{\text{Barbapapa}} + \mathbf{F}_{\text{Föld}} = -75 \cos(t/80) \mathbf{i} - 4,5 \cdot 10^6/(t+5)^4 \mathbf{j} + (1492,5 - 0,0126 t) \mathbf{k} + \mathbf{F}_{\text{Föld}} \text{ [N]}$$

$$\mathbf{m}\mathbf{a} = \Sigma \mathbf{F} \rightarrow \mathbf{F}_{\text{Föld}} = \mathbf{m}\mathbf{a} - (\mathbf{F}_{\text{Barbapapa}} + \mathbf{F}_{\text{szél}}) = -1485 \mathbf{k} \text{ [N]}$$

(Ezek alapján nem mutatható ki anomália,  $g = 9,9 \text{ m/s}^2$  értékkel számolva  $m_{\text{Barbapapa}} \cdot g = 1485 \text{ N}$ .)

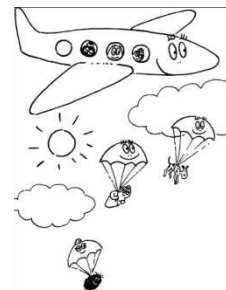
c)  $\mathbf{v}(0) = 20 \mathbf{i} + 80 \mathbf{j} + 0 \mathbf{k}$  [m/s],  $\mathbf{a}(0) = -0,5 \mathbf{i} - 48 \mathbf{j} + 0,05 \mathbf{k}$  [m/s<sup>2</sup>]

$$\mathbf{v}(0) \cdot \mathbf{a}(0) = -3850; |\mathbf{v}(0)| = 82,46; |\mathbf{a}(0)| = 48,003; \cos \varphi = -0,9726; \varphi = 166,6^\circ.$$

d)  $\mathbf{r}(t) = (20t + 3200 \cos(t/80) - 3200) \mathbf{i} + (-5 \cdot 10^3/(t+5)^2 + 200) \mathbf{j} + (0,025t^2 - 1,4 \cdot 10^{-5} t^3) \mathbf{k}$  [m]

$$t = 900 \text{ s: } \mathbf{r}(900) = 15605 \mathbf{i} + 199,99 \mathbf{j} + 10044 \mathbf{k} \text{ [m]}$$

2. A Barbacsalád tagjai szeretnek repülőről a földre leugrálni. A képen még azt látjuk, amikor ejtőernyővel gyakoroltak, de azóta ejtőernyő nélkül ugranak (vagyis számolásainkban a közegellenállást elhanyagolhatjuk), nekik úgyse árt a becsapódás, olyan ruganyosak. A család 1280 m magasan utazott 50 m/s sebességgel.



Először Barbapamacs ugrott ki, majd 3 s múlva Barbabella.

Barbapamacs egyszerűen csak lecsatlakozott a repülőről,

Barbabella viszont elrugaskodott lefelé 5 m/s-os kezdősebességgel.

a) Adjuk meg, hogy Barbabella kiugrásának pillanatában mekkora volt Barbapamacs sebességének nagysága a földhöz képest, és hogy milyen távol volt a repülőtől!

2 p.

b) Mekkora volt Barbapamacs és Barbabella között a távolság Barbabella kiugrása után 3 s-mal?

1,5 p.

c) Mikor ért földet Barbabella?

1 p.

d) Milyen alakú pályán mozog Barbabella a földhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben? Írjuk fel a z koordinátát az x koordinátával kifejezve!

2 p.

e) Milyen alakú pályán mozog Barbabella a repülőhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben?

0,5 p.

**MO.**

Mivel a közegellenállás elhanyagolható, Barbapamacs és Barbabella sebességének vízszintes komponense megegyezik a repülő sebességével ( $v_x = 50 \text{ m/s}$ ), vagyis mindketten végig a repülő alatt lesznek, csak függőleges irányban távolodnak tőle.

a)  $v_x = 50 \text{ m/s}$ ,  $v_{\text{pamacs}, z, 0} = 0$

$t_p = 3 \text{ s}$  múlva  $v_z = -gt_p = -30 \text{ m/s}$ ; a sebességének nagysága  $v = 58,31 \text{ m/s}$  (a földhöz képest) és ekkor  $z_{\text{pamacs}}(t_p) = 1280 - \frac{1}{2}gt_p^2 = 1280 - 45 = 1235 \text{ m}$  magasan van, 45 m-re a repülő alatt.

b)  $v_{\text{bella}, z, 0} = -5 \text{ m/s}$

Barbabella  $t_b = 3 \text{ s}$  alatt  $z_{\text{bella}}(t_b) = 1280 - 5 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 = 1220 \text{ m}$  (60 m-t zuhant),

Barbapamacs  $t_p + t_b = 6 \text{ s}$  alatt  $z_{\text{pamacs}}(t_p + t_b) = 1280 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6^2 = 1100 \text{ m}$  (180 m-t zuhant),

a köztük levő távolság 120 m.

c)  $z_{\text{bella}}(t) = 1280 - 5 \cdot t_3 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t_3^2 = 0 \rightarrow t_3 = 15,51 \text{ s}$  a kiugráshoz képest.

d)  $x_{\text{bella}}(t) = 50 t$  (ha  $x_0=0$  a kiugrása pillanatában) és  $z_{\text{bella}}(t) = 1280 - 5 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2$

$x$ -ből  $t = x_{\text{bella}}/50$ , ezt behelyettesítve  $z$ -be  $z_{\text{bella}}(x_{\text{bella}}) = 1280 - 0,1 x_{\text{bella}} - 0,002 x_{\text{bella}}^2$ , parabola.

e) egyenes pályán



**3. Hüp-hüp-hüp, Barbatrúkk: Barbapapa csúszdává alakult!**

Nagyon vigyáz a gyerekekre, mindig megnézi, ki mászott fel rá, és úgy változtatja a meredekségét és a háta érdességét, hogy a kicsik ne gyorsuljanak be nagyon. Most éppen  $12^\circ$  hajlásszögű 6 m hosszú lejtőt csinált magából, a csúszási súrlódási együttható  $\mu = 0,08$ ; a tapadási pedig  $\mu_t = 0,28$ .

A ma csúszdázó gyerekek mind 22 kg-osak.

a) Gergely felmászik rá, és csak úgy odaül a lejtő tetejére.

Mekkora sebességgel ér a csúszda aljára?

Mekkora erők hatnak Barbapapa és Gergely között? 2,5 p.

b) Maximilián a lejtő tetején meglöki magát 0,6 m/s kezdősebességgel. Mekkora lesz a sebessége 1,2 s múlva? Mekkora erők hatnak Barbapapa és Maximilián között? 2 p.

c) Miksa nem akarja kivárni a sort, letről próbál meg felcsúszni, a lejtő aljában 4,0 m/s kezdősebességet vesz. Sikerül felcsúsznia a lejtő tetejére? 2 p.

d) Konstantint a bátyja akarja feltolni a csúszdán. Mekkora állandó erővel kell tolnia, ha 0,48 m/s<sup>2</sup> gyorsulással akarja feltolni, és ő végig vízszintes erőt fejt ki Konstantinra? 2,5 p.

**MO.**

Minden esetben  $mg \sin \alpha = 45,74 \text{ N}$  és  $mg \cos \alpha = 215,19 \text{ N}$

a)  $F_{ny} = mg \cos \alpha = 215,19 \text{ N}$  (mivel nincs lejtőre merőleges erő)

Ellenőrizzük, hogy tapad vagy csúszik:  $F_{t, \max} = \mu_t \cdot F_{ny} = 60,25 \text{ N}$

$mg \sin \alpha = 45,74 \text{ N} < F_{t, \max}$ , tehát Gergely tapad a lejtőhöz, nem jut le a lejtő aljára.

Barbapapa és Gergely között  $F_t = 45,74 \text{ N}$  nagyságú tapadási súrlódási erő hat, valamint az  $F_{ny} = 215,2 \text{ N}$  nagyságú nyomóerő. (Vagyis ezek eredője hat, aminek a komponenseit számoltuk ki.)

b) Mivel Maximilián mozgásban van, ezért rá  $F_s = \mu \cdot F_{ny} = 17,22 \text{ N}$  nagyságú csúszási súrlódási erő hat az  $F_{ny} = 215,2 \text{ N}$  nagyságú nyomóerő mellett.

$$a_{ie} = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 1,297 \text{ m/s}^2$$

$$v = v_0 + a t = 0,6 + 1,297 \cdot 1,2 = 2,156 \text{ m/s}$$

$$c) a_{fel} = -g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = -2,862 \text{ m/s}^2$$

Mennyi idő alatt veszt el a sebességét:  $v = v_0 + a t = 4,0 - 2,862 t = 0 \rightarrow t = 1,398 \text{ s}$ ;

ez alatt  $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 4,0 \cdot 1,398 - 1,431 \cdot 1,398^2 = 2,796 \text{ m-t}$  tesz meg, vagyis nem jut fel.

d) Ebben az esetben a vízszintes tolóerő lejtőre merőleges komponense miatt a lejtő által a Konstantinra kifejtett nyomóerő megnő:  $F_{ny} = mg \cos \alpha + F \sin \alpha$ ,

és a súrlódási erő  $F_s = \mu \cdot F_{ny} = \mu \cdot (mg \cos \alpha + F \sin \alpha)$ .

A lejtővel párhuzamos komponens:  $ma = F \cos \alpha - mg \sin \alpha - \mu \cdot (mg \cos \alpha + F \sin \alpha)$ ,

amiből  $F = m (a + g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)) / (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) = 76,46 \text{ N}$ .