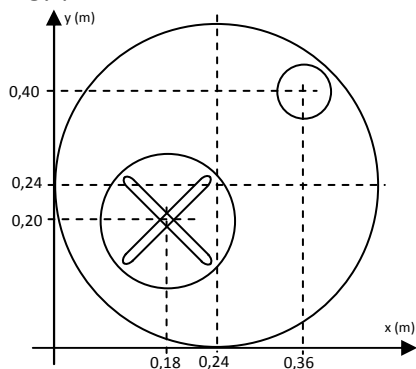


**Fizika 1 Mechanika számolási gyakorlat zh2 2017. ápr. 28. megoldások**

Majális van a Ligetben! Sör, virsli, zene, multság egész nap!

1. Vettünk egy pár bécsi virsli sörrel, az ábra szerint tettük rá a tálcára:



Adatok:

tálca

$$M_1 = 40 \text{ dkg}, R_1 = 24 \text{ cm}$$

tányér

$$M_2 = 20 \text{ dkg}, R_2 = 10 \text{ cm}$$

2 db bécsi virsli,

$$\text{darabonként } M_3 = 10 \text{ dkg},$$

$$\text{hossza } L = 18 \text{ cm}, \text{ átmérője } 2 \text{ cm}$$

pohár sör (műanyag pohárban)

$$M_4 = 40 \text{ dkg}, R_3 = 4 \text{ cm},$$

$$\text{magassága } 15 \text{ cm}$$

a) Hol van a tömegközéppont? (2 p.)

b) Mennyi a tehetetlenségi nyomaték

- a virslik metszéspontján átmenő, a tálcára merőleges tengelyre? (3,5 p.)

- az egész elrendezés tömegközéppontján átmenő, a tálcára merőleges tengelyre? (a teljes tömeget egyben tekintve számoljunk Steiner-tétellel) (1 p.)

Korong ill. henger tehetetlenségi nyomatéka a középpontján átmenő tengelyre  $\Theta = \frac{1}{2} MR^2$ ;

rúd tehetetlenségi nyomatéka a felezőpontján átmenő tengelyre  $\Theta = \frac{1}{12} ML^2$ .

**Megoldás:**

a)  $\Sigma M = 0,40 + 0,20 + 2 \cdot 0,10 + 0,40 = 1,20 \text{ kg}$

$$x_s = (0,40 \cdot 0,24 + 0,20 \cdot 0,18 + 2 \cdot 0,10 \cdot 0,18 + 0,40 \cdot 0,36) / 1,20 = 0,26 \text{ m}$$

$$y_s = (0,40 \cdot 0,24 + 0,20 \cdot 0,20 + 2 \cdot 0,10 \cdot 0,20 + 0,40 \cdot 0,40) / 1,20 = 0,28 \text{ m}$$

b)  $\Theta_1$  tehetetlenségi nyomaték az  $x_1 = 0,18 \text{ m}, y_1 = 0,20 \text{ m}$  ponton átmenő tengelyre:

	M (kg)	R (m)	L (m)	összetevő saját súlypontja			Steiner tag (kg m <sup>2</sup> )	$\Theta$ (kg m <sup>2</sup> )	
				$\Theta$ saját súlypontra (kg m <sup>2</sup> )	$x_s$ (m)	$y_s$ (m)			(eltolás) <sup>2</sup> (m)
tálca	0,40	0,24		$\frac{1}{2} MR^2 = 0,01152$	0,24	0,24	$(0,24-0,18)^2 + (0,24-0,20)^2$	0,00208	0,0136
tányér	0,20	0,10		$\frac{1}{2} MR^2 = 0,001$	0,18	0,20	$(0,18-0,18)^2 + (0,20-0,20)^2$	0	0,001
virsli 1	0,10	0,01	0,18	$\frac{1}{12} ML^2 = 0,00027$	0,18	0,20	$(0,18-0,18)^2 + (0,20-0,20)^2$	0	0,00027
virsli 2	0,10	0,01	0,18	$\frac{1}{12} ML^2 = 0,00027$	0,18	0,20	$(0,18-0,18)^2 + (0,20-0,20)^2$	0	0,00027
sör	0,40	0,04		$\frac{1}{2} MR^2 = 0,00032$	0,36	0,40	$(0,36-0,18)^2 + (0,40-0,20)^2$	0,02896	0,02928
<b>ÖSSZ</b>	<b>1,20</b>								<b>0,04442</b>

$$\Theta_1 = 0,04442 \text{ kg m}^2$$

$\Theta_s$  tehetetlenségi nyomaték az  $x_s = 0,26 \text{ m}, y_s = 0,28 \text{ m}$  ponton átmenő tengelyre:

Steiner-tétel:  $\Theta_1 = \Theta_s + (\Sigma M) \cdot ((x_1 - x_s)^2 + (y_1 - y_s)^2)$  :

$$0,04442 = \Theta_s + 1,20 \cdot (0,08^2 + 0,08^2) \quad \rightarrow \quad \Theta_s = 0,02906 \text{ kg m}^2$$

2. Jakab egy 5 decis, Fülöp egy 3 decis doboz sört vett (hogy igyanak egyet a névnapjukon). Az 5 decis sörösdoboz tömege 0,6 kg, a 3 decisé 0,4 kg. Meglökik a két doboz sört egymás felé a vízszintes pulton. Az ütközés pillanatában az 5 decis sör sebessége 1,6 m/s, a 3 decisé pedig 1,2 m/s. A két doboz sör az ütközés után szét pattan úgy, hogy ugyanazon az egyenesen fognak mozogni, mint az ütközés előtt.

Az ütközést tökéletesen rugalmasnak tekinthetjük.

a) Mennyi a két doboz sör össz-impulzusa? (1 p.)

b) Mennyi a dobozok sebessége az ütközés után? (3,5 p.)

c) Mekkora sebességgel lökte meg Jakab az 5 decis sörét? Az ütközés helyétől 80 cm-re lökte meg, a doboz és az asztal közötti csúszási súrlódási tényező 0,2 (és az ütközéskor 1,6 m/s volt a sebessége). (2 p.)

**Megoldás:**

a) Vegyük fel pozitívnak azt az irányt, amerre az 5 decis sör mozog (így  $v_1 = 1,6 \text{ m/s}, v_2 = -1,2 \text{ m/s}$ )

$$p = m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0,6 \cdot 1,6 + 0,4 \cdot (-1,2) = 0,48 \text{ kg m/s}$$

- b) Impulzus-megmaradás:**  $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$  :  $0,48 = 0,6 u_1 + 0,4 u_2$   
**Energia-megmaradás:**  $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$  :  $1,056 = 0,3 u_1^2 + 0,2 u_2^2$   
 Az egyenletrendszer megoldva  $u_1 = -0,64$  m/s és  $u_2 = 2,16$  m/s  
 [ általánosan:  $u_1 = ((m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2) / (m_1 + m_2)$  és  $u_2 = ((m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1) / (m_1 + m_2)$  ]  
**c) Munkatétellel:**  $\frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -\mu m g \cdot s$  :  $\frac{1}{2} \cdot 1,6^2 - \frac{1}{2} \cdot v_0^2 = -0,2 \cdot 10 \cdot 0,8 \rightarrow v_0 = 2,4$  m/s

**3. A szél elvitte Jakob lufiját. Fülöp követte a lufi pályáját, és megállapította, hogy a lufi az**  
 $\mathbf{r} = (t-1) \mathbf{i} + 2t \mathbf{j} + (t^2+1) \mathbf{k}$  [m] görbe mentén mozgott, és azt is, hogy a lufira ható erő

$$\mathbf{F} = -2(xy+z) \mathbf{i} - x^2 \mathbf{j} + (3-2x) \mathbf{k} \text{ [N] volt.}$$

- a) Konzervatív a szél által kifejtett erő?** (2 p.)  
**b) Mekkora munkát végzett a szél, míg a  $P_0(-2,-2,2)$  [m] pontból a  $P_1(0,2,2)$  [m] pontba jutott a lufi?** (4 p.)

**Megoldás:**

$$\mathbf{a) rot F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -2(xy+z) & -x^2 & 3-2x \end{vmatrix} = (0-0)\mathbf{i} - (-2-(-2))\mathbf{j} + (-2x-(-2x))\mathbf{k} = \mathbf{0} \rightarrow \text{igen.}$$

**b) Határozzuk meg a potenciált:**

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -F_x = 2(xy+z) \Rightarrow E_{\text{pot}} = \int 2(xy+z) dx = x^2 y + 2xz + k_1(y,z)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y = x^2 \Rightarrow E_{\text{pot}} = \int x^2 dy = x^2 y + k_2(x,z)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z = 2x-3 \Rightarrow E_{\text{pot}} = \int (2x+5) dz = 2xz - 3z + k_3(x,y)$$

$$E_{\text{pot}} = x^2 y + 2xz - 3z$$

$$E_{\text{pot}}(P_0) = -8 - 8 - 6 = -22 \text{ J}, \quad E_{\text{pot}}(P_1) = 0 + 0 - 6 = -6 \text{ J}, \quad W = -\Delta E_{\text{pot}} = -22 - (-6) = -16 \text{ J}$$

**4. Ingyen sört (meg örök életet) kap, aki le tud enni egy virslit egy rezgő rugó végéről. Ehhez fellógattunk a fára egy 50 cm hosszú, 20 N/m rugóállandójú rugót, annak a végéhez rögzítünk egy 10 dkg-os virslit, majd a rugó felfüggesztési pontja alatt 40 cm-rel elengedjük.**

- a) Mekkora lesz a virsli rezgőmozgásának amplitúdója?** (1 p.)  
**b) Töltsük ki az alábbi táblázatot:** (5 p.)

	elengedéskor	a rezgőmozgás egyensúlyi helyzetében	a rezgőmozgás legalsó helyzetében
a rugóban tárolt energia			
a virsli helyzeti energiája***			
a virsli mozgási energiája			
összes mechanikai energia			

\*\*\*a helyzeti energia nulla szintje legyen 50 cm-rel a rugó felfüggesztési pontja alatt!

**Megoldás:**

**a)**  $x_{\text{es}} = mg/k = 0,1 \cdot 10 / 20 = 0,05$  m megnyúlásnál lesz a rezgőmozgás egyensúlyi helyzete, ez a felfüggesztési ponttól  $0,50 + 0,05 = 0,55$  m-re van

Kezdősebesség nélkül engedjük el a felfüggesztési ponttól 0,40 m-re

$\rightarrow$  az amplitúdó  $A = 0,55 - 0,40 = 0,15$  m

**b)** a rezgőmozgás legalsó pontja az egyensúlyi helyzetnél  $A = 0,15$  m-rel van lejjebb, azaz a felfüggesztési ponttól  $(0,50 + 0,05) + 0,15 = 0,70$  m-re

a maximális sebesség (az egyensúlyi helyzetnél)

$$v_{\text{max}} = A\omega = A \cdot \sqrt{k/m} = 0,15 \cdot \sqrt{20/0,1} = 0,15 \cdot \sqrt{200} = 1,5\sqrt{2} \approx 2,1213 \text{ m/s}$$

		elengedéskor	a rezgőmozgás egyensúlyi helyzetében	a rezgőmozgás legalsó helyzetében
rugó	megnyúlása: $x =$	$0,40 - 0,50 = -0,10$ m	$0,55 - 0,50 = 0,05$ m	$0,70 - 0,50 = 0,20$ m
	$\frac{1}{2} kx^2$	0,10 J	0,025 J	0,40 J
mgh	$h = -x$	0,10 m	-0,05 m	-0,20 m
	a virsli helyzeti energiája	0,10 J	-0,05 J	-0,20 J
	v	0	$v_{\text{max}}$	0
	a virsli mozgási energiája	0	0,225 J	0
összes mechanikai energia		0,20 J	0,20 J	0,20 J