Fizika 1 Mechanika számolási gyakorlat zh2 megoldás 2018. máj. 4.
A feladatokban g = 10 m/s^2 értékkel számoljunk!

Ballagás van, mint tudjuk, ilyenkor szerte a városban boldog ballagók kígyóznak. Kistehén is idén ballag.


1. Milka tehén (600 kg) és Kistehén (180 kg) a síelés óta nem találkoztak, de most Milka tehén eljött Kistehén ballagására. Meglátták egymást a Dunaparton, futottak egymás felé, összeölelkeztek, nem is engedték el egymást (vagyis tökéletesen rugalmatlan ütközéssel összetapadtak), majd úgy gurultak tovább Milka tehén kerekein. A gördülési súrlódási együttható μ_g = 0,04. Összetapadás után a közös sebességük 1,20 m/s lett a víz irányába.
Az összetapadás helyétől 1,6 m-re véget ér a rakpart és beestek a vízbe. A vízszint 1,4 m-rel van a rakpart alatt.

a) Mekkora volt Kistehén sebessége közvetlenül az ütközés előtt,
ha Milka tehén sebessége 2,28 m/s volt a víz irányába? 1 p.
b) Mekkora sebességgel érkeztek a rakpart szélére? 1 p.
c) Mekkora sebességgel érkeztek a vízbe? 1 p.

Legyen a gravitációs potenciális energia nulla szintje a rakpart magassága.
Mennyi volt Kistehén és Milka tehén összes mechanikai energiája

d) közvetlenül az ütközés előtt? 1 p.
e) közvetlenül az ütközés után? 1 p.
f) a rakpart szélére érve? 1 p.
g) a vízbeérkezéskor? 1 p.

Megoldás:

a) Írjuk fel az impulzus-megmaradást úgy, hogy a víz felé irányuló sebesség pozitív:

$$m_{Milka}\, v_{Milka} - m_{Kis}\, v_{Kis} = (\, m_{Milka} + m_{Kis}\,)\, u$$

$$600 \cdot 2{,}28 - 180\, v_{Kis} = 780 \cdot 1{,}20 \quad \rightarrow \quad v_{Kis} = 2{,}40 \text{ m/s}$$

b) Munkatétellel:

$$-\mu_g \cdot (\, m_{Milka} + m_{Kis}\,)\, g \cdot s = \tfrac{1}{2}\,(\, m_{Milka} + m_{Kis}\,)\, v_1^2 - \tfrac{1}{2}\,(\, m_{Milka} + m_{Kis}\,)\, u^2$$

$$-0{,}04 \cdot \cancel{780} \cdot 10 \cdot 1{,}6 = \tfrac{1}{2} \cdot \cancel{780} \cdot v_1^2 - \tfrac{1}{2} \cdot \cancel{780} \cdot 1{,}2^2 \quad \rightarrow \quad v_1 = 0{,}40 \text{ m/s}$$

c) Energia-megmaradással:

$$\tfrac{1}{2}\,(\, m_{Milka} + m_{Kis}\,)\, v_1^2 = \tfrac{1}{2}\,(\, m_{Milka} + m_{Kis}\,)\, v_2^2 + (\, m_{Milka} + m_{Kis}\,)\, g\, (-H\,)$$

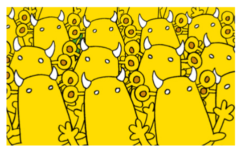
$$\tfrac{1}{2} \cdot \cancel{780} \cdot 0{,}4^2 = \tfrac{1}{2} \cdot \cancel{780} \cdot v_2^2 + \cancel{780} \cdot 10 \cdot (-1{,}4\,) \quad \rightarrow \quad v_2 \approx 5{,}307 \text{ m/s}$$

d) $E_{mech,1} = (\, m_{Milka} + m_{Kis}\,)\, g \cdot 0 + \tfrac{1}{2}\, m_{Milka}\, v_{Milka}^2 + \tfrac{1}{2}\, m_{Kis}\, v_{Kis}^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 600 \cdot 2{,}28^2 + \tfrac{1}{2} \cdot 180 \cdot 2{,}40^2 = 2077{,}92$ J

e) $E_{mech,2} = (\, m_{Milka} + m_{Kis}\,)\, g \cdot 0 + \tfrac{1}{2}\,(\, m_{Milka} + m_{Kis}\,)\, u^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 780 \cdot 1{,}20^2 = 561{,}6$ J [a rugalmatlan ütközés miatt csökkent]

f) $E_{mech,3} = (\, m_{Milka} + m_{Kis}\,)\, g \cdot 0 + \tfrac{1}{2}\,(\, m_{Milka} + m_{Kis}\,)\, v_1^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 780 \cdot 0{,}40^2 = 62{,}4$ J [a súrlódás miatt csökkent]

g) Itt megmarad az energia, $E_{mech,4} = E_{mech,3} = 62{,}4$ J



2. Nagyon rossz időt fogtak ki a ballagásra, esett az eső és viharos szél fújt, de Kistehén erősen fogta az esernyőjét a szélben is.

a) Mekkora munkát kellett végeznie Kistehénnek a széllel szemben, ha az ernyőjét az
$\mathbf{r}(t) = (t+2)\,\mathbf{i} + 0{,}1t^2\,\mathbf{j} + (3-0{,}05t)\,\mathbf{k}$ [m] pályán elvitte
a P_0 (2; 0; 3) [m] pontból a P_1 (12; 10; 2,5) [m] pontba, miközben a szél
$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = (3yz + 4z)\,\mathbf{i} + (3xz - 3y^2z)\,\mathbf{j} + (4x - y^3 + 3xy)\,\mathbf{k}$ [N] erőt fejtett ki az ernyőjére? 4 p.
b) Konzervatív-e a szél által kifejtett erő? 2 p.

Megoldás:

b) **rot F** = … = **0**

a) Mivel az erőtér konzervatív
→ kiszámolhatjuk az eredeti vonalintegrált, vagy
→ számolhatunk más utat választva, vagy
→ meghatározhatjuk a potenciálfüggvényt:

$$E_{pot} = y^3z - 3xyz - 4xz + \text{konst.}$$

és abból számolhatjuk a szél által végzett munkát:

$$W = E_{pot}(P_0) - E_{pot}(P_1) = (-24) - (1480) = -1504 \text{ J}$$

Tehát Kistehén a szél ellenében +1504 J munkát végzett.

Fizika 1 Mechanika számolási gyakorlat zh2 megoldás 2018. máj. 4.

3. Ballagási ajándékként Milka tehén befizette Kistehént egy bungee jumpingra. Itt kötél helyett egy k = 1200 N/m rugóállandójú rugót használtak az ugráshoz. Kistehén a szakadék széléről vetette le magát ($v_0 = 0$) a szakadékba a derekára erősített rugóval. A rugó nyugalmi hossza 8 m volt, a felfüggesztési pontja 5,5 m-rel volt Kistehén fölött.

a) Mekkora periódusidejű rezgésbe kezdett Kistehén? 1 p.

b) Mekkora amplitúdójú volt a rezgés (kezdetben, amíg a csillapítást elhanyagolhatjuk)? 2 p.

c) Mekkora volt Kistehén maximális sebessége a rezgés közben? 1 p.

d) Legalább mekkora erőt kell kibírnia a rugónak, hogy ne szakadjon le Kistehénnel a rezgés közben? 2 p.

Megoldás:

a) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1200}{180}} \approx 2{,}582\ s^{-1}$, $T = 2\pi/\omega \approx 2{,}434$ s

b) A rezgés egyensúlyi helyzetében a rugó megnyúlása $x_{es} = mg/k = 1800/1200 = 1{,}5$ m.
Kistehén induló helyzetében a rugó 8–5,5 = 2,5 m-t össze volt nyomódva, ebben a helyzetben 2,5+1,5 = 4 m-rel volt az egyensúlyi helyzet fölött, és mivel kezdősebesség nélkül indult, ezért ennyi lesz a rezgés amplitúdója.

c) $v_{max} = A\cdot\omega \approx 4\cdot 2{,}582 = 10{,}33$ m/s

d) A rugónak a legnagyobb erőt a rezgés legalsó pontjában kell kifejtenie, amikor a megnyúlása 4 m az egyensúlyi helyzethez képest, tehát $x_{max} = 4 + 1{,}5 = 5{,}5$ m; ezzel $F_{r,max} = k\cdot x_{max} = 1200\cdot 5{,}5 = 6600$ N.

4. Ballagás után Kistehén és Milka tehén elmentek a játszótérre mérleghintázni. Két mérleghinta volt, mindkettő rúdja 1200 kg tömegű, 5,4 m hosszú, a közepénél alátámasztva.

a) Az egyik mérleghinta rúdja homogén volt. Ennek a legvégén ott ült már Flórián, a magyar tarka borjú, alig várta, hogy melleüljenek a többiek. Milka tehén ült a mérleghinta túloldalának legszélére, és Kistehén pedig megkereste Flórián oldalán azt a helyet, ahová ülve a mérleghinta pont egyensúlyba került: ez 1,8 m-re volt a rúd közepétől. Mekkora Flórián tömege? 3 p.

b) A másik mérleghinta rúdja inhomogén volt. Ha Kistehén és Milka tehén a két végére ültek, akkor pont egyensúlyban voltak. Hol volt ennek a rúdnak a tömegközéppontja? 3 p.

Megoldás:

Az x tengely origóját és irányítottságát tetszőlegesen választhatjuk.

a) Pl. ha az origó a rúd közepénél van és Kistehénék irányában pozitív:

$x_s = (m_{Flórián}\cdot 2{,}7 + 180\cdot 1{,}8 + 1200\cdot 0 + 600\cdot(-2{,}7)) / (m_{Flórián}+180+1200+600) = 0 \quad \rightarrow \quad m_{Flórián} = 480$ kg

b) Pl. ha az origó Kistehénnél van és Milka tehén felé pozitív:

$x_s = (180\cdot 0 + 1200\cdot x + 600\cdot 5{,}4) / (180+1200+600) = 2{,}7 \quad \rightarrow \quad x = 1{,}755$ m

azaz a rúd tömegközéppontja Kistehéntől 1,755 m-re, ill. a rúd közepétől 2,7–1,755 = 0,945 m-re van.