Fizika 1 Mechanika zh2 pót 2019. máj. 22. megoldás

A feladatokban $g = 10\ m/s^2$-tel számoljunk!

1. R = 80 m sugarú köríven vízszintes úttesten 90 km/h sebességgel megy egy 1250 kg tömegű autó.

a) Mekkora az aszfalt és az autó kereke között ható tapadási súrlódási erő értéke, ha a tapadási súrlódási együttható 1,05? (1,5 p.)

b) Legfeljebb mekkora sebességgel mehet ez az autó ezen a köríven, hogy ne csússzon meg? (1,5 p.)

c) Mennyivel kellene megdönteni az úttestet, ha azt szeretnénk, hogy amikor ónos eső miatt a súrlódási erő zérusra csökken, akkor a pontosan 40 km/h sebességgel haladó autó ne csússzon meg?(2 p.)

Megoldás:

a) $ma_{cp} = F_t$

$F_{t,max} = \mu_t \cdot F_{ny} = \mu_t \cdot mg = 1{,}05 \cdot 1250 \cdot 10 = 13125\ N$

$a_{cp} = v^2/R = (90/3{,}6)^2 / 80 = 7{,}8125\ m/s^2$; $ma_{cp} = 1250 \cdot 7{,}8125 = 9765{,}6\ N$

tehát az autó tényleg tapad, és $F_t = 9765{,}6\ N$

b) $m v_{max}^2/R = F_{t,max} = \mu_t \cdot mg \quad \rightarrow \quad v_{max} = \sqrt{(\mu_t \cdot gR)} = 28{,}98\ m/s$ (= 104,3 km/h)

c) $mg\ tg\varphi = m v^2/R$ (ld. a megoldott gyakorlófeladatot) $\rightarrow$ $tg\varphi = 0{,}1543$; $\varphi = 8{,}77°$

2. Mekkora munkát végez az **E** = (y–3) **i** + (x–2z²) **j** – 4 yz **k** erőtér egy m = 1,8 kg tömegű testen, ha a test a $P_0(-1,1,2)$ pontból a $P_1(5,1,2)$ pontba mozog az **r** = (2–3t) **i** + t² **j** + 2 **k** görbe mentén?
Konzervatív-e az erőtér? (3,5 + 1,5 p.)

Megoldás:

a/ $$\boldsymbol{rot\,E} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y-3 & x-2z^2 & -4yz \end{bmatrix} = (-4z+4z)\boldsymbol{i} - (0-0)\boldsymbol{j} + (1-1)\boldsymbol{k} = \boldsymbol{0}$$

tehát az erőtér konzervatív

b/

a potenciál $U = 3x - xy + 2yz^2$, ezzel számolva

$W/m = U(P_0) - U(P_1) = [3\cdot(-1)-(-1)\cdot 1+2\cdot 1\cdot 2^2] - [3\cdot 5-5\cdot 1+2\cdot 1\cdot 2^2] = 6 - 18 = -12$ J/kg

VAGY: $\mathbf{dr}/dt = -3\,\mathbf{i} + 2t\,\mathbf{j} + 0\,\mathbf{k}$, és P_0-ban $t_0 = 1$, P_1-ben $t_1 = -1$;

$$W/m = \int_1^{-1} [(t^2-3)\cdot(-3) + (((2-3t) - 2\cdot 2^2)\cdot 2t + 0)]\,dt =$$
$$= -3\int_1^{-1} [3t^2 + 4t - 3]\,dt = -12\ J/kg$$

VAGY: mivel az erőtér konzervatív, a munka számolható más utat választva is, legegyszerűbben úgy, hogy az x tengellyel párhuzamosan megyünk a P_0-ból a P_1-be:

$$W/m = \int_{(-1,1,2)}^{(5,1,2)} (y-3)dx = \int_{-1}^{5}(1-3)dx = -2\int_{-1}^{5} dx = -2[x]_{-1}^{5} = -12\ J/kg$$

…..

W = –1,8·12 = –21,6 J

Fizika 1 Mechanika zh2 pót 2019. máj. 22. megoldás

3. Vízszintes, súrlódásmentes síkon egy rugó végére 20 dkg tömegű golyót rögzítettünk. A rugó másik vége rögzítve van. A 40 cm-es rugót megnyújtottuk 16 cm-rel, majd megtartottuk ebben a helyzetben; ehhez 2,0 N erőre van szükség.

a) Mekkora munkát végeztünk a rugó kihúzásakor? (2 p.)

b) A golyót elengedve mekkora lesz a rezgésidő? (1 p.)

c) Írjuk fel a rugó megnyúlását az idő függvényében! (1 p.)

d) Mekkora a golyó maximális sebessége? (1 p.)

Megoldás:

a) $k = F / x = 2{,}0 / 0{,}16 = 12{,}5$ N/m

$W = ½\, kx^2 = 0{,}5 \cdot 12{,}5 \cdot 0{,}16^2 = 0{,}160$ J

b) $T = 2\pi\sqrt{(m/k)} = 0{,}7948$ s

c) $A = 0{,}16$ m; $\omega = \sqrt{(k/m)} = 7{,}906\ s^{-1}$; $x(t) = 0{,}16 \cos (7{,}906t)$

d) $v_{max} = A\,\omega = 1{,}265$ m/s

4. Jancsi ül egy kis kocsin. A kocsi állandó 2 m/s sebességgel megy. Jancsinak van egy téglája a kocsin. Kipróbálja, mennyit tud változtatni a kocsi sebességén azzal, ha kidobja a téglát a kocsiból. Jancsi tömege 50 kg, a kocsié 14 kg, a tégláé 6 kg. Jancsi a *kocsihoz képest* 4 m/s-os sebességgel tudja eldobni a téglát. A kocsi súrlódásmentesen mozoghat.

Mekkora lesz a kocsi sebessége a tégla kidobása után, ha azt

a) menetirányban előrefelé (1,5 p.)

b) hátrafelé dobja ki Jancsi? (1 p.)

c) Mennyi Jancsi impulzusának változása az **a)** esetben a tégla kidobása előtti ill. utáni állapotokat összehasonlítva? (1 p.)

d) Mennyi Jancsi mozgási energiájának változása a **b)** esetben a tégla kidobása előtti ill. utáni állapotokat összehasonlítva? (1 p.)

Megoldás:

a) impulzus-megmaradással: $(50+14+6)\cdot 2 = (50+14)\cdot v_1 + 6\cdot(2+4) \rightarrow v_1 = 1{,}625$ m/s

b) $(50+14+6)\cdot 2 = (50+14)\cdot v_2 + 6\cdot(2-4) \rightarrow v_2 = 2{,}375$ m/s

c) $\Delta p = m\cdot\Delta v = m\cdot(v_2 - v_0) = 50 \cdot (1{,}625 - 2{,}0) = -18{,}75$ kg·m/s

d) $\Delta E_{kin} = ½\, m\, (v_2^2 - v_0^2) = 0{,}5\cdot 50\cdot(2{,}375^2 - 2{,}0^2) = 41{,}02$ J

5. A 0,8 m hosszú, 0,6 kg tömegű rúd végéhez egy 10 cm sugarú, 0,2 kg tömegű korongot erősítettünk az ábrán látható módon. A rúd+korong a másik végétől 20 cm-re lévő vízszintes tengely körül súrlódásmentesen elfordulhat.

a) Hol van a rúd+korong tömegközéppontja? (1,5 p.)

b) Mekkora a rúd+korong tehetetlenségi nyomatéka a forgástengelyre vonatkoztatva?

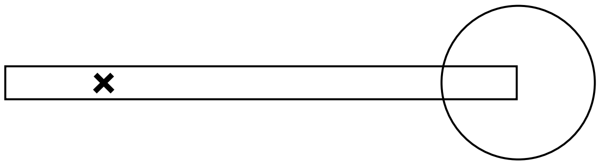
Tehetetlenségi nyomatékok:

a rúd a végpontjára $1/3\ ml^2$, a felezőpontjára $1/12\ ml^2$;

a korong a középpontjára $\Theta_{korong} = ½\, Mr^2$. (2 p.)

c) Mekkora lesz a rúd+korong szögsebessége a függőleges helyzeten való áthaladáskor, ha vízszintes helyzetből kezdősebesség nélkül engedjük el? (2 p.)

Fizika 1 Mechanika zh2 pót 2019. máj. 22. megoldás



Megoldás:

a) a rúd bal oldalától: $x_s = (0{,}4 \cdot 0{,}6 + 0{,}8 \cdot 0{,}2) / (0{,}6 + 0{,}2) = 0{,}5$ m

b)

	súlypontjára	d	Steiner tag	
rúd	$1/12\ ml^2 = 0{,}6 \cdot 0{,}8^2/12 = 0{,}032$ kg m^2	0,2 m	$0{,}6 \cdot 0{,}2^2 = 0{,}024$ kg m^2	0,056 kg m^2
korong	$½\ Mr^2 = 0{,}2 \cdot 0{,}1^2/2 = 0{,}001$ kg m^2	0,6 m	$0{,}2 \cdot 0{,}6^2 = 0{,}072$ kg m^2	0,073 kg m^2

$\Theta = 0{,}056 + 0{,}073 = 0{,}129$ kg m^2

c) energia-megmaradással:

A helyzeti energia változását számolhatjuk az egyes részek helyzeti energiájából, de mivel már kiszámoltuk a tömegközéppont helyét, azzal gyorsabb a számolás. A tömegközéppont a rúd bal végétől $x_s = 0{,}5$ m-re, vagyis a tengelytől 0,3 m-re van, vagyis a tömegközéppont $z_s = 0{,}3$ m-t süllyed.

$mgh + ½\Theta\,\omega^2 = \text{konst}: \quad 0 = -(m+M) \cdot g \cdot z_s + ½\Theta\,\omega^2$

$\rightarrow \omega = \sqrt{[2(m+M) \cdot g \cdot z_s/\Theta\ g]} = \sqrt{(2 \cdot 0{,}8 \cdot 10 \cdot 0{,}3/0{,}129)} = 6{,}100\ s^{-1}$